

Ein Beitrag zur interdisziplinären Prozessintegration und automatischen Mehrzieloptimierung am Beispiel einer Verdichterroterschaufel

Der Fakultät für Elektrotechnik, Maschinenbau, und Wirtschaftsingenieurwesen der
Brandenburgischen Technischen Universität Cottbus
zur Erlangung des akademischen Grades eines Doktor-Ingenieurs genehmigte

Dissertation

vorgelegt von

Dipl.-Ing. Dierk Otto

geboren am 02.03.1978 in Markranstädt

Vorsitzender: Prof. Dr.-Ing. Ulrich Berger
Gutachter: Prof. Dr.-Ing. habil. Dieter Bestle
Gutachter: Prof. Dr.-Ing. Arnold Kühhorn

Tag der mündlichen Prüfung: 02. Juli 2009

Ein Beitrag zur interdisziplinären Prozessintegration und automatischen Mehrzieloptimierung am Beispiel einer Verdichterrotorschaukel

Schlagworte: interdisziplinär, Prozessintegration, CAE, Datentransfer, Mehrzieloptimierung, Verdichterauslegung

Im Unterschied zu den letzten Jahrzehnten müssen bei der derzeitigen und zukünftigen Verdichterauslegung die einzelnen Teilbereiche des Entwurfsprozesses wie aerodynamische Auslegung, Konstruktion und Festigkeitsanalyse, immer enger miteinander verzahnt werden. Grund dafür sind die gestellten Forderungen der Flugzeughersteller nach Triebwerksgenerationen mit, im Vergleich zu vorangegangenen Triebwerken, weniger Verbrauch und längeren Laufzeiten bzw. Wartungsintervallen. Um diese Anforderungen umsetzen zu können, werden Verdichterschaukeln entwickelt, die sich in der Regel in Form sowie aerodynamischen und strukturellen Verhalten von früheren Entwürfen unterscheiden. Der dafür benötigte Entwurfsprozess soll hinsichtlich der Zeit so kurz wie möglich werden. Um die aufgezählten Punkte erfüllen zu können, ist der Einsatz von interdisziplinärer Optimierung am erfolgversprechendsten, wofür zum einen die einzelnen Teilschritte in einen automatisch ablaufenden Prozess eingebettet und zum anderen die einzelnen Entwurfskriterien erfasst und mathematisch formalisiert werden müssen.

In der vorliegenden Arbeit soll ein Weg zur interdisziplinären Prozessintegration und eine darauf aufsetzende Mehrzieloptimierung mit Kriterien aus den einzelnen Teilbereichen der Auslegung aufgezeigt werden. Dabei wird sowohl auf verschiedene Probleme näher eingegangen und Lösungsansätze aufgezeigt, als auch einzelne Auslegungskriterien vorgestellt sowie formalisiert. Der automatisierte Auslegungsprozess wird exemplarisch auf eine Verdichterrotorschaukel mit zugehörigen aerodynamischen und strukturellen Kriterien angewendet. Die einzelnen Optimierungsziele stammen aus beiden Auslegungsteilbereichen und werden gleichberechtigt betrachtet, wodurch eine echte interdisziplinäre Mehrzieloptimierung zur Anwendung kommt.

Abstract

A Contribution for Multidisciplinary Process Integration and Automated Multi-Objective Optimisation Supporting Compressor Blade Design

Keywords: Multidisciplinary, Process Integration, CAE, Data Transfer, Multi-Objective Optimisation, Compressor Blade Design

In contrast to the recent years, the future compressor blade design process must be a strong combination of aerodynamic airfoil design, blade design and stress behaviour. This has been brought about by the requirement of the customers for jet engine generations with lower fuel consumption and longer maintenance intervals in comparison with former engine generations. To meet these requirements it is necessary to develop new blades, or rather blade shapes, with better aerodynamic and structural mechanical behaviour by using a faster design process. Due to the need to achieve all named issues an automated multidisciplinary integration process, which embeds all necessary design steps, as well as multi-objective optimisation, becomes more and more important. Therefore the different design criteria must be identified, covered and transferred into mathematical equations, which are useable for optimisation.

The intention of this work is to show a way for multidisciplinary process integration which involves different programmes, like a CAD-System, a FE-solver and a CFD-solver. A multi-objective optimisation with goals of all blade design parts is also part of this thesis. Main focuses are some problems which appear as part of the automation of the whole process and recommendations to solve them within the current design criteria are given. Both, the automated process and the optimisation are demonstrated for a typical industrial blade design process.

Inhaltsverzeichnis

NOMENKLATUR.....	VII
1 EINFÜHRUNG	1
1.1 Entwurf einer Verdichterschaukel	2
1.2 Stand der Technik	5
1.3 Gliederung der Arbeit	8
2 AERODYNAMISCHE	
VERDICHTERSCHAUFELBLATTAUSLEGUNG.....	11
2.1 Das 2D Schaufelschnittentwurfsverfahren	11
2.2 Parametrisierung der Schaufelblattgeometrie	19
2.2.1 Splinefunktionen als Parametrisierungsansatz von Kurven	20
2.2.2 Parametrisierung mit B-Splines	27
3 GENERIERUNG EINER SCHAUFEL IM CAD-SYSTEM	31
3.1 Grundlagen eines CAD-Systems	32
3.1.1 Datenverwaltungsansätze in CAD-Systemen	32
3.1.2 Konstruieren mit Festkörpern	36
3.1.3 Standards für den Geometrieaustausch zwischen CAD-Systemen	43
3.2 Neuer Ansatz des Datentransfers im Rahmen des Schaufelentwurfs	47
4 STRUKTURMECHANISCHE ANALYSE MITTELS FEM	53
4.1 Geometrieimport und Idealisierung durch Vernetzung	54
4.1.1 Automatischer Geometrieimport: Probleme und Anforderungen	55
4.1.2 Diskretisierung von geometrischen Modellen	58
4.2 Theorie der Finiten Elemente	61
4.2.1 Grundlegende Systemgleichungen (lineare Theorie)	62
4.2.2 Einfluss der Formfunktionen	67
4.2.3 Nichtlineare Rechnung	69

4.2.4	Modalanalyse.....	71
4.3	Auswertung der Ergebnisse.....	72
4.3.1	Die Theorie der Balkenbiegung.....	73
4.3.2	Strukturmechanische Auslegungskriterien.....	77
5	OPTIMIERUNG UND PROZESSINTEGRATION	89
5.1	Optimierung.....	89
5.1.1	Theorie der Einzel- und Mehrzieloptimierung.....	90
5.1.2	Optimierungsalgorithmen.....	97
5.1.3	Der genetische Algorithmus	101
5.2	Prozessintegration.....	106
6	OPTIMIERUNGSBEISPIEL: AUSLEGUNG EINER ROTORSCHAUFEL	109
6.1	Nebenbedingungen des Optimierungsproblems.....	109
6.2	Ziele des Optimierungsproblems.....	114
6.3	Entwurfparameter des Optimierungsproblems	115
6.4	Prozessintegration.....	117
6.5	Ergebnisse und Diskussion.....	122
7	ZUSAMMENFASSUNG UND AUSBLICK	129
	LITERATUR	133

Nomenklatur

Lateinische Buchstaben

a, b	geometrische Abmaße
af	Auslegungskriterium: Amplitude * Frequenz
A	Querschnittsfläche
$B(u)$	Bernsteinpolynom
$\tilde{B} = EI$	Biegesteifigkeit
c	Schallgeschwindigkeit
\bar{c}	absolute Anströmgeschwindigkeit
c_p	Druckbeiwert
C	Sehnenlänge
E	Elastizitätsmodul
f	Frequenz
$f(\mathbf{p})$	skalares Kriterium, Zielfunktion
F	Menge der erreichbaren Kriterienwerte
F_F	Fliehkraft
g	Grad, Gleichungsnebenbedingung
h	Ungleichungsnebenbedingung
\bar{H}	normierter Grenzschichtformfaktor
k	Ordnung
i, j, k, n	Zählvariablen
I, J, K	Zahlenmengen
I	Flächenträgheitsmoment
L	Länge
m	meridionale Koordinate des $(m - r\theta)$ -Koordinatensystems
M	Machzahl
M_B	Biegemoment
n	Drehzahl

\bar{n}	normierte Drehzahl
$N(u)$	Basispolynome
p	statischer Druck
p_x	statischer Druck an der Stelle x
P	Menge der zulässigen Entwurfparameter
q	dynamischer Druck
r	radiale Koordinate des $(m - r\theta)$ -Koordinatensystems, Radius
P_i	Steuerpunkt
t	Zeit
T	Profildicke
u	Längenlaufparameter einer Kurve
\bar{u}	Umfangsgeschwindigkeit
$u(\mathbf{p})$	Ersatzzielfunktion
w	Gewichtungsfaktor, Querverschiebung
\bar{w}	relative Anströmgeschwindigkeit
u, v, w	Verschiebungen im kartesischen Koordinatensystem
x, y, z	Koordinaten im kartesischen Koordinatensystem

Griechische Buchstaben

α	Strömungswinkel des Fluids
β	Metallwinkel
γ	Winkel, Gleitung, Konstante
δ	Grenzschichtdicke
$\bar{\delta}$	Verdrängungsdicke
ε	Umlenkung, Dehnung
ς	skalare Schrittweite
θ	Winkel im $(m - r\theta)$ -Koordinatensystem
$\bar{\theta}$	Impulsverlustdicke
κ	Dämpfungskonstante
λ	Eigenwert

μ	Massenbelegung, Toleranzwert
ν	Frequenzabstand zwischen den Eigenfrequenzen
$\hat{\nu}$	Frequenzabstand zwischen Eigenfrequenz und Anregung
ξ	Staffelungswinkel
ρ	Dichte
σ	Normalspannung
τ	Dicken-/Sehnenverhältnis, Schubspannungen
ψ	Strafterm
ω	Kreisfrequenz, Winkelgeschwindigkeit
$\tilde{\omega}$	reduzierte (Kreis-)frequenz
ω^* , ω^M	Druckverlust (dimensionslos, gemittelt)

Symbole

-	normierte Größen, virtuelle Größen
\wedge	Anregungsgrößen, inkrementelle Änderungen
Δ	Differenz
∂	partielle Ableitungen
∇	Gradientenbildung
$\nabla\nabla$	Hessematrix
d	Infinitesimaler Wert einer Größe
\subseteq	Teilmenge
\in	Element
\exists	Existenzquantor
\mathbb{N}^+	Menge der positiven natürlichen Zahlen
\mathbb{R}^n	reeller Parameterraum
\mathbb{R}^m	reeller Kriterienraum
\cdot	erste Ableitung nach der Zeit
$\ddot{}$	zweite Ableitung nach der Zeit

Vektoren, Matrizen

A	Zustandsmatrix
b	Vektor der freien Koordinaten von Verteilungen
B	Verzerrungs-Verschiebungsmatrix
C	Materialmatrix
D	Dämpfungsmatrix
E	Einheitsmatrix
f	Vektor der Knotenkräfte
$f(p)$	vektorielle Optimierungsziele einer Mehrzieloptimierung
$g(p)$	Vektor der Gleichungsnebenbedingungen
$h(p)$	Vektor der Ungleichungsnebenbedingungen
H	Interpolationsmatrix
k	Knotenvektor
K	Steifigkeitsmatrix
$L(u)$	Kurvenvektor
M	Massenmatrix
N	Matrix der Normfunktion
p	Vektor der Entwurfsparameter
P	Vektor der Steuerpunkte
r	Vektor der freien Koordinaten der Anschlussradien
s	Richtungsvektor
u	Verschiebungsvektor
ε	Vektor der Verzerrungen
σ	Vektor der Spannungen

Tief gestellte Indizes

a	alternierend
ax	axiale Komponente
C	Schwerpunkt
E	Austritt (exit)

I	Eintritt (inlet)
i, j, k, n	Laufindizes
s	statisch
u	Umfangskomponente
max	Maximalwert
LE, TE	Vorderkante (leading edge), Hinterkante (trailing edge)
$1B$	erste Biegung
$1T$	erste Torsion
0	Auslegungspunkt
∞	ungestörte Strömung

hoch gestellte Indizes

A	Oberfläche
c	Kriterium
i, k, m	Zählvariable
I	Anfangszustand
M	Mittelwert
o, u	obere Schranke, untere Schranke
p	Pareto-Werte
T	transponiert
u	untere Schranke
V	Volumen
PS, SS	Druckseite (pressure side), Saugseite (suction side)
$*$	dimensionslos

1 Einführung

Für Airbus, Boeing und Bombardier, die drei größten Flugzeughersteller der Welt, war 2007 eines der besten Auftragsjahre in ihrer Geschichte. Besonders die hohe Nachfrage aus der Golfregion und China haben für Rekordbestellungen gesorgt. Für den Verkaufserfolg eines Flugzeuges sind neben Sitzplatzanzahl und Ausstattung die Reichweite, Geräuschentwicklung, Länge der Wartungsintervalle und der Verbrauch ausschlaggebend. Die zuletzt genannten Kriterien hängen direkt mit der Wahl des Triebwerkes zusammen. Je effizienter, d.h. je größer der Wirkungsgrad des Triebwerks ist, und je mehr Flugstunden ohne Zwischenfall oder bis zur nächsten Wartung absolviert werden können, desto lohnender ist die Anschaffung des Flugzeugs für die Käufer und Betreiber. Durch die steigenden Kerosinpreise, Wettbewerbsdruck und strengerer Umweltauflagen nehmen die Ansprüche an die Triebwerke immer mehr zu. Die Triebwerkshersteller müssen darauf immer schneller reagieren. Dies betrifft nicht nur neu zu entwickelnde, sondern auch sich im Einsatz befindende Triebwerke, welche man überarbeitet, um den geänderten Anforderungen gerecht zu werden.

Sowohl an der Entwicklung eines Triebwerkes als auch einzelner Komponenten sind verschiedene Disziplinen beteiligt. Bei einer Triebwerksschaufel beispielsweise treffen aerodynamische, konstruktive und strukturmechanische Gebiete aufeinander, jeweils mit eigenen Auslegungsprogrammen, Auslegungsschwerpunkten und Randbedingungen. Die jeweiligen Anforderungen der Disziplinen an die Schaufel verhalten sich dabei oft konträr zueinander, wie beispielsweise hoher Wirkungsgrad, lange Lebensdauer und Robustheit gegen Schaden durch Fremdkörper. Durch den Einsatz von verschiedenen Analyse- und Geometrieerzeugungsprogrammen ist selten ein konsistenter Datenaustausch gewährleistet. Dieser wird zudem durch die Verwendung unterschiedlicher Betriebssysteme und Rechnerarchitekturen erschwert, auf denen die einzelnen Programme ablaufen. Das alles führt dazu, dass die zur Verbesserung der Triebwerksschaufel benötigte mathematische Optimierung allenfalls sequentiell in den einzelnen Disziplinen zur Anwendung kommt und deshalb nur eingeschränkt als interdisziplinär bezeichnet werden kann. Obwohl gute Ergebnisse hinsichtlich der einzelnen unterschiedlichen Auslegungsschwerpunkte entstehen können, ist die daraus resultierende Triebwerksschaufel meist nur suboptimal, da sich die einzelnen Auslegungskriterien gegenseitig beeinflussen.

Die vorliegende Arbeit hat daher das Ziel einer tatsächlichen interdisziplinären Auslegung von Triebwerksschaufeln, wobei ein in der Industrie etablierter Auslegungsprozess für Verdichterschaufeln zu automatisieren und in eine interdisziplinäre Mehrzieloptimierung mit Kriterien aus den unterschiedlichen Disziplinen einzubinden ist, um damit bessere Schaufelentwürfe zu finden. Dabei sollen alle derzeit verwendeten Auslegungsprogramme soweit wie möglich beibehalten werden, um den von den Luftfahrtbehörden zertifizierten Auslegungs- und Produktionsprozess abbilden und auf einen erneuten Validierungsprozess verzichten zu können. Zur Bewertung der Ergebnisse werden die damit erzeugten Schaufeln mit bereits früher ausgelegten Schaufeln verglichen. Eine wichtige Voraussetzung für eine erfolgreiche Optimierung ist, die Erfahrung der Ingenieure zu erfassen und deren Bewertungskriterien, ob ein Schaufelentwurf den Ansprüchen genügt oder nicht, in mathematische Gleichungen zu überführen. Des Weiteren müssen Möglichkeiten gefunden werden, um interaktive Prozesse, die bisher durch Anwender bedient und gesteuert wurden, zu automatisieren. Dies trifft besonders für den konstruktiven Bereich und den Simulationsbereich zu, da dort hauptsächlich grafische Benutzeroberflächen, so genannte GUI's (Graphical User Interfaces), zum Einsatz kommen. Eine weitere Schwierigkeit ist, dass verschiedene Komponenten einer Schaufel mit verschiedenen Programmen erzeugt werden, die keine direkten Schnittstellen für den (automatischen) Datentransfer der Komponentengeometrie besitzen.

1.1 Entwurf einer Verdichterschaufel

Der Entwurf einer Verdichterschaufel ist in der Regel ein interdisziplinärer zeitintensiver Prozess. Er unterteilt sich hauptsächlich in einen aerodynamischen, einen konstruktiven und einen strukturmechanischen Teil, Bild 1.1. Die aerodynamische Auslegung umfasst in der Regel vier Stufen. Die erste Stufe ist das Mittelschnittsverfahren, mit dem der Ringraum basierend auf der mittleren Strömungsröhre (auch Meridianstromröhre genannt) hinsichtlich Wirkungsgrad, Massendurchsatz, Pumpgrenzabstand und Gesamtdruckverhältnis ausgelegt wird. Ergebnisse der Mittelschnittsrechnung sind zum einen geometrische Größen wie Anzahl und axiale Länge der Stufen, Anzahl der Schaufeln pro Leit- und Laufradreihe, sowie Dimensionierung der Schaufeln hinsichtlich Teilungs- und Dickenverhältnis. Zum anderen werden aerodynamische Randbedingungen der Stufen wie Massendurchsatz, Gesamtdruck und -temperatur, sowie absolute An- und Abströmwinkel ermittelt. Die zweite Auslegungsstufe ist ein zweidimensionales

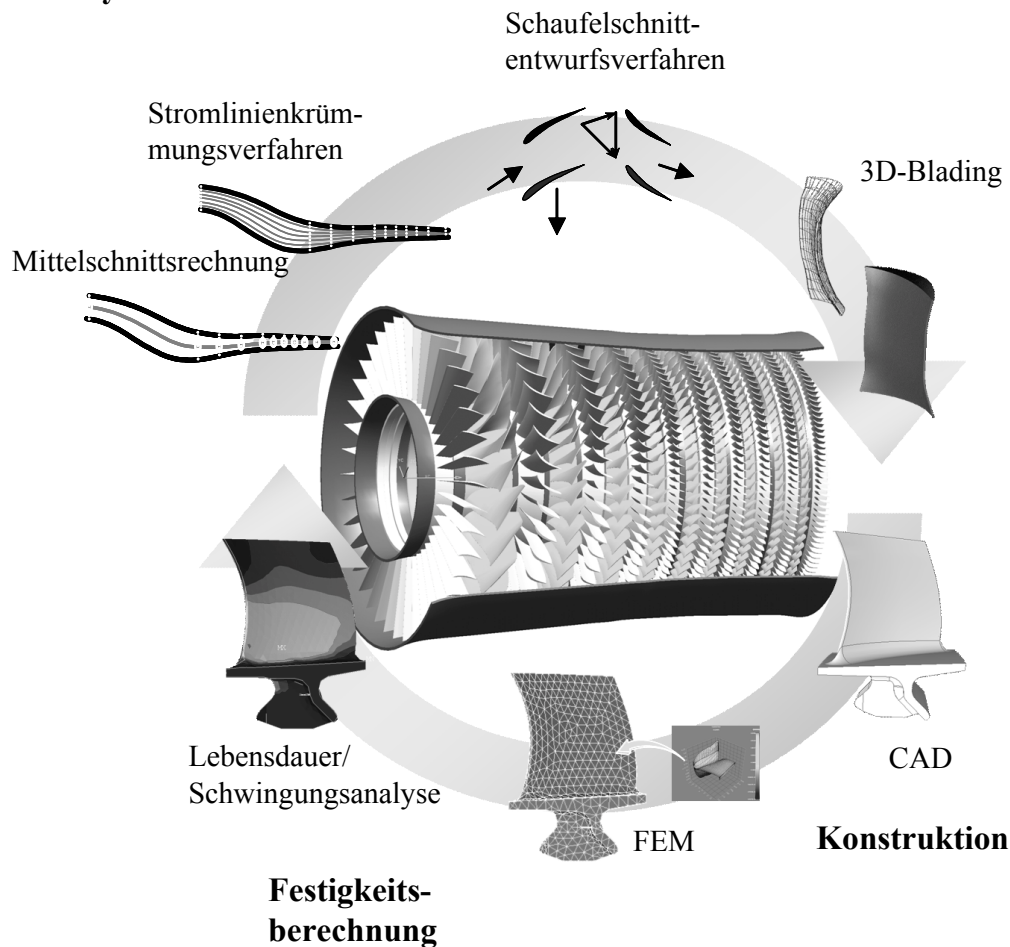
Aerodynamik

Bild 1.1: typischer Auslegungsprozess einer Verdichterschaufel

Stromlinienkrümmungsverfahren. Dieses arbeitet ebenfalls mit Stromröhren, welche in einer radialen Schnittebene nur als Stromlinien erscheinen. Dabei wird die Anzahl der Stromröhren üblicherweise auf 21 (inklusive untere und obere Grenze des Ringraums) erhöht. Bei der Durchströmung von Leit- und Laufrädern, nachfolgend Statoren und Rotoren genannt, verändert sich der Radius der Stromröhren, was zu zusätzlichen Druckgradienten und daraus resultierenden Strömungseinflüssen führt. Zusätzlich ist der Volumenstrom an der Nabe größer als am Gehäuse, wodurch es zu einer Verdrängung der Stromröhre zum Gehäuse hin und damit zu einer unterschiedlichen radialen Verteilung kommt. Durch diese Verlagerung hat jeder Stator und Rotor bezüglich jeder Stromröhre unterschiedliche Anströmgeschwindigkeiten, Geometrie- und Strömungsgrößen bzw. -bedingungen, welche berechnet werden müssen (Bräunling, 2004).

Die Ergebnisse des Stromlinienkrümmungsverfahrens werden benutzt, um geeignete Schaufelprofilschnitte zu finden, die festgelegte Strömungsumlenkungen und so einen gewollten Druckaufbau bei minimalem Druckverlust und großem Arbeitsbereich erreichen. Hierfür kommt das zweidimensionale Schaufelschnittentwurfungsverfahren, auch als S1-Verfahren bezeichnet, zum Einsatz. Die Bezeichnung „S1“ bezieht sich auf die nach Wu (Wu, 1952) zum ersten Mal benannte S1-Stromröhrenfläche, auf der die zweidimensionalen Profilschnitte ausgelegt und mit einem zweidimensionalen Strömungslöser (auch CFD-System genannt, nach der angelsächsischen Begriffsgruppe „Computational Fluid Dynamics“) analysiert werden. Die fertigen Profilschnitte ergeben aufgefädelt die erste dreidimensionale Schaufelblattkontur. Die Kombination von Stromlinienkrümmungsverfahren und Schaufelschnittentwurfungsverfahren wird auch als quasi-dreidimensionales Analyseverfahren bezeichnet und hat den Vorteil, dass in kurzer Zeit Analysen durchgeführt und darauf aufbauend Aussagen über das aerodynamische Verhalten des Schaufelblattes gemacht werden können. Die quasi-dreidimensionale Analyse hat gegenüber einer räumlichen Strömungsanalyse den Nachteil, dass keine dreidimensionalen Strömungseffekte modelliert und betrachtet werden. Dreidimensionale Strömungseffekte sind beispielsweise Spaltströmung oder Eckablösungen an der Nabe. Weiterhin kann die quasi-dreidimensionale Analyse keine räumlichen Geometrieeffekte wie Einflüsse von stark verwundenen Schaufelblättern, Schaufelblättern mit einem Bogen oder einer Pfeilung, was auch mit dem angelsächsischen „Bow“ oder „Lean“ bezeichnet wird, berücksichtigen, was in der Summe die Genauigkeit der Simulationsergebnisse herabsetzt. Am Ende der aerodynamischen Auslegung steht daher eine dreidimensionale CFD-Analyse des von dem Schaufelblatt beeinflussten Strömungsfeldes und des gesamten Verdichters, die dazu führen kann, dass der Auslegungsprozess wieder beim Mittelschnittsverfahren oder beim Stromlinienkrümmungsverfahren beginnt, falls die geforderten Kriterien nicht erfüllt werden.

Nachdem das Schaufelblatt aerodynamisch ausgelegt ist, wird es in eine Computer unterstützten Konstruktionsumgebung (angelsächsisch: „Computer Aided Design System“, kurz CAD-System) überführt und dort mit einer Plattform und einem geeigneten Schaufelfuß zu einer Gesamtschaukel zusammengesetzt. Die Form des Schaufelfußes hängt von der Art der Befestigung in der Scheibe, die den Übergang zwischen Triebwerkswelle und Schaufel darstellt, ab. Ein Überblick über verschiedene Schaufelfüße ist bei Traupel (1982) zu finden. Auf dem CAD-Modell

basierend wird ein Finite Elemente (kurz: FE) Modell erzeugt und anschließend eine strukturelle Analyse hinsichtlich Schwingungsverhalten, Lebensdauer und Flatteranfälligkeit durchgeführt. Entsprechen die bei den Analysen gefundenen Ergebnisse nicht den Vorgaben, beginnt der gesamte Auslegungsprozess von vorn.

1.2 Stand der Technik

Ein wichtiger Schritt im Gesamtschaufelentwurf ist die Generierung von dreidimensionalen Schaufelblättern. Im Allgemeinen werden diese Geometrien durch das Auffädeln von Profilschnitten und dem anschließenden tangentialen Ummanteln mit einer Freiformfläche erreicht. Um diesen Auslegungsprozess für eine Optimierung zugänglich zu machen, werden die Profilschnitte mit Hilfe von NURBS (nichtuniforme rationale B-Splines) erzeugt bzw. parametrisiert, Burman et al. (2000) und Gräsel et al. (2004). Damit ist es möglich, die Schnitte auf einfache Art und Weise geometrisch zu modifizieren, indem die Steuerpunkte der B-Splines verändert werden. Jeder veränderte Profilschnitt wird mit Hilfe einer zweidimensionalen Strömungssimulation analysiert, wobei dreidimensionale Strömungseffekte nicht erfasst werden können und deshalb bei dieser Art der Profilschnittauslegung keinen Einfluss haben. Am Schluss der Auslegung steht der Transfer der entstandenen Freiformfläche oder -flächen in ein CAD-System. Merchant und Haines (2003) gehen mit ihrem Ansatz für die Erzeugung eines dreidimensionalen Schaufelblattes einen Schritt weiter. Sie verknüpfen die parametrisierte Auslegung der Profilschnitte mit der Erzeugung eines darauf aufbauenden dreidimensionalen Schaufelblattfestkörpermodells mit Hilfe eines Geometriegenerators, der direkte Schnittstellen sowohl zum CAD-System über den CAD-Kern als auch zu aerodynamischen und strukturellen Analyseprogrammen beinhaltet. Auftretende Vernetzungsprobleme aufgrund kleiner Spalte in der Geometrie und die Frage des Geometrietransfers in das CAD-System für das Erzeugen einer Schaufel mit Plattform und Schaufelfuß sind damit gelöst. Aspekte hinsichtlich einer Mehrzieloptimierung werden nicht betrachtet.

Mit einer geeigneten Parametrisierung der Schaufelblattgeometrie bzw. der Profilschnitte und der damit einhergehenden Reduzierung von Entwurfsparametern, sowie einer automatischen CFD-Analyse kann die Schaufelblattgeometrie mit Hilfe mathematischer Algorithmen optimiert werden. Über die Optimierung von Profilschnitten gibt es eine Vielzahl von Veröffentlichungen, zum Beispiel von Dennis et al. (2001), Sonoda et al. (2003) und Keskin (2006). In allen drei Fällen sind

die Schaufelprofile jeweils durch B-Splines parametrisiert und werden mit genetischen Optimierungsalgorithmen hinsichtlich des Verlustes optimiert. Bei Sonoda et al. (2003) und Keskin (2006) kommt zusätzlich eine Mehrzieloptimierung mit dem Arbeitsbereich als zweites Zielkriterium zum Einsatz. Die durchgeführten Optimierungen betreffen ausschließlich aerodynamische Gesichtspunkte, strukturelle Kriterien spielen keine Rolle.

Neben der Untersuchung von Schaufelprofilen oder ganzen Schaufelblättern in den einzelnen Disziplinen werden vermehrt Untersuchungen veröffentlicht, die eine Triebwerksschaufel auslegung unter interdisziplinären Gesichtspunkten und mit Hilfe vereinfachter Annahmen oder Modelle betrachten, und dafür Prozessautomatisierung sowie Optimierungsalgorithmen einsetzen. Schmitz und Simon (2003) verbessern die Flatterempfindlichkeit von Turbinenprofilen, indem sie neuronale Netze verwenden. Die veränderlichen Parameter sind Größen, welche die aerodynamischen, strukturellen und geometrischen Eigenschaften beeinflussen wie Auftriebsbeiwert, Machzahl, das Teilungsverhältnis (definiert als Abstand der Hinterkanten bezogen auf die Sehnenlänge) oder der Strömungsumlenkwinkel. Ahmed (2005) beschäftigt sich mit der automatisierten Auslegung und Optimierung vielstufiger Axialverdichter bezüglich der Meridianströmung. Die Entwürfe werden nicht nur rein aerodynamisch, sondern auch strukturell beurteilt. Für die mechanische Analyse hinsichtlich des Schwingungsverhaltens und der Festigkeit wird das von Montoya (1966) entwickelte Verfahren verwendet, mit dem gekoppelte Biege- und Torsionsschwingungen einer stark verwundenen Schaufel durch ein vereinfachtes Stabmodell berechnet werden können. Bei der Optimierung einer skalaren Gütefunktion mit gewichteten Kriterien kommen bei Ahmed (2005) Evolutionsstrategien und neuronale Netze, sowie Parallelisierungsansätze zum Einsatz. Die neuronalen Netze und Parallelisierungsansätze sind erforderlich, um die Rechenzeit einer Funktionsauswertung zu reduzieren, wobei neuronale Netze wie auch Antwortflächenverfahren ein Approximationsmodell des Problems erzeugen und anpassen. Eine echte Mehrzieloptimierung wurde jedoch nicht durchgeführt.

Interdisziplinäre Optimierung mit Anwendung von neuronalen Netzen und Antwortflächen auf dem Gebiet der Triebwerksauslegung ist das Thema von Dornberger et al. (2000), wobei Mehrzielprobleme mit Wirkungsgradsteigerung, Kostensenkung und Spannungsreduktion als Ziele sowohl bei der Triebwerksvorauslegung als auch beim dreidimensionalen Schaufelentwurf bearbeitet werden. Büche (2003) untersucht eine Reihe von evolutionären Opti-

mierungsalgorithmen und wendet diese auf Mehrzielprobleme an. Eines der betrachteten Probleme ist die Optimierung eines Schaufelblattes hinsichtlich Verlust und Arbeitsbereich. Zusätzlich ist eine vereinfachte mechanische Analyse anhand eines Finite Elemente Balkenmodells implementiert, mit der das Schaufelblatt auf auftretende, durch kritische Anregungen erzeugte Resonanzen überprüft wird. Bei beiden Ansätzen werden zwar Mehrzielprobleme gelöst, aber für die strukturelle Analyse kommen nur vereinfachte Ansätze zur Anwendung, was Einfluss auf die Genauigkeit der Ergebnisse hat und für die industrielle Anwendung nur für eine Vorauslegung geeignet ist.

Subel (2001) verwendet einen Optimierungsansatz mit merkmalsbasiertem Geometriemodell und automatisierter FE-Analyse für Verdichterrotoren. Besonderes Augenmerk wird dabei auf eine einfache Geometriemodellierung mit guter Vernetzbarkeit und großer Eigenschaftsvariabilität sowie einfacher Zuweisung von notwendigen Randbedingungen gelegt. Zusätzlich muss ein automatisiertes Vorverarbeiten des FE-Modells, wie die automatische Netzgenerierung oder das Aufbringen von Lasten, möglich sein. Ergebnis des Ansatzes, welcher Konstruktion und Festigkeitsberechnung kombiniert und automatisiert, ist, dass der Auslegungsprozess nur noch 10% der ursprünglichen Zeit beansprucht. Aerodynamische Gesichtspunkte oder eine CFD-Analyse sind hierbei allerdings nicht involviert.

Einen interdisziplinären Optimierungsansatz mit dreidimensionalen Geometriemodell, zugehöriger 3D-CFD und FE-Analyse stellen Xiong et al. (2004) vor. Schwerpunkt des Einzelproblems ist die Minimierung der Masse einer Brennkammer, die innerhalb eines CAD-Systems parametrisiert vorliegt. Nach jeder Geometriemodifikation werden sequentiell eine CFD-Analyse hinsichtlich des Wärmeübergangs und eine FE-Analyse bezüglich auftretender Spannungen durchgeführt. Für die Optimierung, an der nur kommerzielle Programme beteiligt sind, kommt die Prozessintegrations- und Optimierungsumgebung *FIPER* von der Firma Engenious Software Inc. zum Einsatz. Usan et al. (2005) vollziehen den Schritt von der interdisziplinären Optimierung mit nur einem Ziel zur interdisziplinären Mehrzieloptimierung. Für die zu optimierende Abgasanlage liegt nicht nur ein vollständig parametrisiertes CAD-Modell vor, sie wird ebenso hinsichtlich ihrer Leistungsfähigkeit mit einem CFD-Löser und bezüglich ihrer ersten Eigenfrequenz mit einem FE-System untersucht. Zusätzlich werden die jeweils entstehenden Material- und Produktionskosten mit Hilfe eines Kostenmodells berechnet. Um die

Optimierungsziele wie niedrige Kosten, hohe erste Eigenfrequenz, niedrige Masse und ein hoher Performanceindex zu erreichen, wird ein genetischer Optimierungsalgorithmus eingesetzt. Das Problemfeld des Datentransfers von extern erzeugten Geometriemodellen in das CAD-System, um ein komplexes Gesamtmodell zu erhalten, wurde weder bei Subel (2001), noch bei Xiong et al. (2004) oder Usan et al. (2005) untersucht und diskutiert.

1.3 Gliederung der Arbeit

Die vorliegende Arbeit mit ihrem interdisziplinären Mehrzieloptimierungsansatz vereinigt die Disziplinen Aerodynamik, und die damit verbundene numerische Strömungssimulation, das Feld der Computer gestützten Konstruktion und die strukturelle Analyse mit Hilfe der Finite Elemente-Methode. Allen Gebieten ist eigen, dass sie ihre eigenen Arbeitsprogramme, oft auf unterschiedlichen Rechnerarchitekturen, entwickelt haben. Um eine interdisziplinäre Mehrziel-Optimierung durchführen zu können, müssen daher alle Analyseprogramme in eine Steuerungsumgebung integriert werden und automatisch, aber kontrolliert ablaufen, um die für eine Optimierung benötigten Funktionsauswertungen automatisiert zu erhalten, welche für die Bewertung von den verschiedenen Entwürfen notwendig sind. Ein wichtiger Baustein ist der Transfer von Geometriemodellen, die außerhalb des verwendeten CAD-Systems entstehen und ausgelegt werden. Dabei sollen deren Parametrisierung soweit wie möglich erhalten und Geometrieabweichungen durch den Geometrietransfer so klein wie möglich bleiben. Weiterhin ist es aufgrund der Menge der zur Verfügung stehenden Parameter notwendig, eine Parametrisierung zu finden, die die Anzahl der Parameter reduziert, aber den Parameterraum nicht oder kaum einschränkt und somit noch genügend Variationsfreiheiten für die Optimierung zulässt.

Die Arbeit ist grundsätzlich anhand eines typischen industriellen Auslegungsprozesses einer Verdichtertorschaufel gegliedert. Nach der Einführung wird zuerst die aerodynamische Auslegung des Schaufelblattes mit Hilfe des Schaufelschnittentwurfsverfahrens betrachtet, bei dem zweidimensionale Schaufelblattschnitte mit Hilfe von zweidimensionalen strömungsmechanischen Analysen ausgelegt werden. Die dafür benötigten Grundlagen und aerodynamischen Kriterien sind Inhalt dieses Kapitels. Weiterhin wird ein alternativer Ansatz vorgestellt, um die radial verteilten Geometrieparameter des Schaufelblattes zu verändern.

Das dritte Kapitel behandelt die Frage des Schaufelblatttransfers in das CAD-System *Unigraphics* für die Generierung eines Schaufelmodells bestehend aus Schaufelblatt, -plattform und -fuß. Es werden Schwierigkeiten des Geometrieaustauschs dargestellt und eine Alternative aufgezeigt, mit welcher der Prozess der Schaufelerstellung mit extern erzeugtem Schaufelblatt automatisierbar ist.

Die strukturmechanische Analyse der Gesamtschaukel ist Inhalt des vierten Kapitels. Im Vordergrund stehen dabei die automatische Aufbringung der Lasten und Randbedingungen, sowie die Vernetzung und die FE-Berechnung. Die strukturmechanischen Kriterien werden theoretisch behandelt und für die weitere Verwendung aufbereitet.

Schwerpunkte des fünften Kapitels sind die Optimierung und die Prozessintegration. Es wird auf die Einzel- und Mehrzieloptimierung im Allgemeinen und auf die genetischen Algorithmen im Speziellen eingegangen. Notwendige Voraussetzungen für die Prozessintegration und die grundsätzliche Funktionsweise der eingesetzten kommerziellen Prozessintegrations- und Optimierungsumgebung *iSight* sind ebenso Inhalt.

Eine interdisziplinäre Mehrzieloptimierung unter Einsatz des genetischen Algorithmus NSGA-II und mit allen bis dahin vorgestellten Alternativen zum bestehenden Auslegungsprozess wird in Kapitel sechs vorgestellt und ausgewertet. Eine Zusammenfassung und Wertung der gewonnenen Erkenntnisse schließen die Arbeit ab.

2 Aerodynamische Verdichterschaukelblattauslegung

Der erste große Bereich innerhalb der interdisziplinären Auslegung einer Rotorschaukel ist die Erzeugung des Schaukelblattes nach aerodynamischen Kriterien mit Hilfe des Schaukelchnittentwurfsverfahrens (auch „Blade-to-Blade“-Verfahren genannt). Am Anfang dieses Verfahrens liegen Stromröhren und zugehörige aerodynamische Größen sowohl für den gesamten Verdichter als auch für einzelne Abschnitte innerhalb des Verdichterringraums vor, die die einzelnen Schaukelreihen voneinander abgrenzen. Diese axialen Bereiche entsprechen dem theoretischen axialen Platzbedarf der einzelnen Schaukelreihen und werden auch als „Aero-Blöcke“ bezeichnet. Die aerodynamischen Größen aus dem Stromlinienkrümmungsverfahren sind maßgebend für Eigenschaften und Performance einer jeden Schaukelreihe, da sie für jeden Aero-Block einzuhaltende Werte an dessen Eingang und Ausgang vorgeben. Für den weiteren Verlauf werden alle aerodynamischen Eingangsgrößen mit dem Index I (entsprechend dem angelsächsischen Begriff „Inlet“) und alle aerodynamischen Ausgangsgrößen mit dem Index E (entsprechend dem angelsächsischen Wort „Exit“) gekennzeichnet.

Ziel des Verfahrens ist es, zwischen den Schaukeln einer Reihe (daher der Name „Blade-to-Blade“ bzw. „Schaufel-zu-Schaufel“) geeignete, auf den einzelnen Stromröhren liegende, Schaukelprofilschnitte zu finden, die die geforderten aerodynamischen Größen erfüllen und ein bestimmtes aerodynamisches Verhalten aufweisen. Dies bedeutet, dass sich eine gewünschte Strömungscharakteristik zwischen den Schaukeln ergeben soll. Hat man für alle Stromröhren den Forderungen entsprechende Schaukelprofilschnitte gefunden, ergeben diese ein dreidimensionales Schaukelblatt, wenn alle Schnitte in radialer Richtung aufgefädelt und mit einer tangential anliegenden Fläche ummantelt werden.

2.1 Das 2D Schaukelchnittentwurfsverfahren

Ein Ergebnis des, dem Schaukelchnittentwurfsverfahren vorangegangenen, in der S2-Ebene durchgeführten Stromlinienkrümmungsverfahren ist die Anzahl von rotationssymmetrischen Stromlinienflächen (auch Schaukelkanalstromflächen genannt) und deren axialer und radialer Verlauf sowie die Abgrenzung der einzelnen Schaukelreihen durch Festlegung der Aero-Blöcke im Verdichter, Bild 2.1. Für das

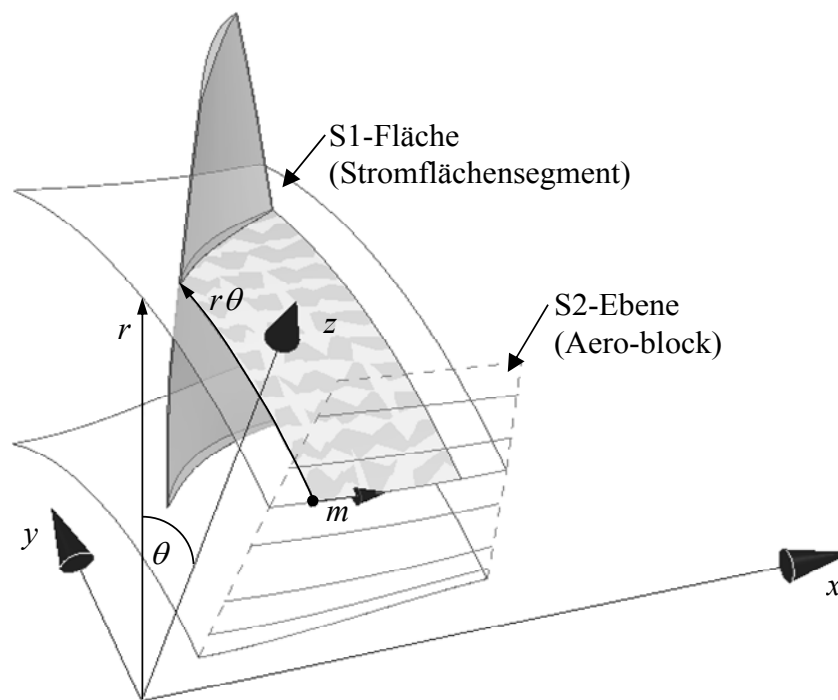


Bild 2.1: Verwendete Koordinatensysteme und Ebenen

sich anschließende zweidimensionale Schaufelschnittentwurfsverfahren wird das gesuchte dreidimensionale Schaufelblatt gedanklich mit den Stromflächen der Meridian-Stromlinien entsprechend der gewählten, auszulegenden Schaufelreihe verschnitten. Dadurch entsteht auf den einzelnen Stromflächen eine im dreidimensionalen Raum liegende Schnittkontur, wobei die Stromflächen bei dem untersuchten industriellen Prozess gekrümmt sind. Damit der so entstandene Profilschnitt einfacher beschrieben und analysiert werden kann, wird dieser mit einer längentreuen Abbildung von einem kartesischen dreidimensionalen Raum in einen zweidimensionalen Raum abgebildet. Dieser Ansatz wird verwendet, um die komplexe dreidimensionale Strömungsanalyse auf eine einfachere zweidimensionale Strömungsanalyse zu reduzieren. Vereinfachend wirkt der Umstand, dass auf Flächen nur zweidimensionale Geschwindigkeitsvektoren auftreten. Für die Koordinatentransformation aus dem dreidimensionalen Raum in den zweidimensionalen Raum müssen die (x,y,z) -Koordinaten zuerst in zylindrische Koordinaten überführt werden:

$$\begin{bmatrix} x \\ r \\ \theta \end{bmatrix} = \mathbf{e}(x, y, z) := \begin{bmatrix} x \\ \sqrt{y^2 + z^2} \\ \arctan(y/z) \end{bmatrix}. \quad (2.1)$$

Die x -Koordinate ist dabei die Koordinate, die entlang der Verdichterachse läuft. Aufgrund der, in der $r-x$ -Ebene liegenden, gekrümmten Stromröhre wird die meridionale Stromlinienkoordinate m eingeführt. Sie ist eine Längenkoordinate entlang der Stromfläche. Ihr Wert kann bei einer infinitesimalen Betrachtung durch die Änderung der r -Koordinate und x -Koordinate mit dem Satz des Pythagoras ermittelt werden:

$$dm^2 = dx^2 + dr^2 = \left\{ 1 + \left(\frac{dr}{dx} \right)^2 \right\} dx^2, \quad (2.2)$$

wobei dm , dx und dr die inkrementellen Änderungen der Koordinaten m , x und r sind. Um die m -Koordinate zu erhalten muss integriert werden:

$$m(x) = m_0 + \int_{x_0}^x \sqrt{1 + \left(\frac{dr}{dx} \right)^2} dx, \quad (2.3)$$

wobei die Integration an der Vorderkante des Profilschnittes beginnt, d.h. $m_0 = m(x_0) = 0$.

Für die Rücktransformation in das (x, y, z) -Koordinatensystem berechnen sich die Koordinaten analog aus den Transformationsgleichungen:

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} := \begin{bmatrix} x_0 + \int_{m_0}^m \sqrt{1 - (dr/dm)^2} dm \\ r \cos \theta \\ r \sin \theta \end{bmatrix}. \quad (2.4)$$

Die einzelnen Profilschnitte an sich werden im zweidimensionalen $(m, r\theta)$ -Raum ausgelegt. Dieser Raum liegt auf der Stromfläche und wird auch als die S1-Fläche bzw. als Meridianstromfläche bezeichnet (Wu, 1952), Bild 2.1.

Der Profilschnitt kann mit den in Bild 2.2 dargestellten geometrischen Größen

- Metallwinkel am Eintritt β_I und Austritt β_E
- Dicke T des Profilschnittes entlang der Profilschnittlänge
- Sehnenlänge C
- Stafflungswinkel ξ

und der daraus abgeleiteten Größe des

- Dicken zu Sehnenverhältnisses $\tau = T / C$

entlang einer Skelett- bzw. Wölbungslinie beschrieben werden, (Johnsen und Bullock, 1965) und (Keskin, 2006). Weiterhin wird der Schnitt in Vorderkante, Hinterkante, Druckseite und Saugseite unterteilt.

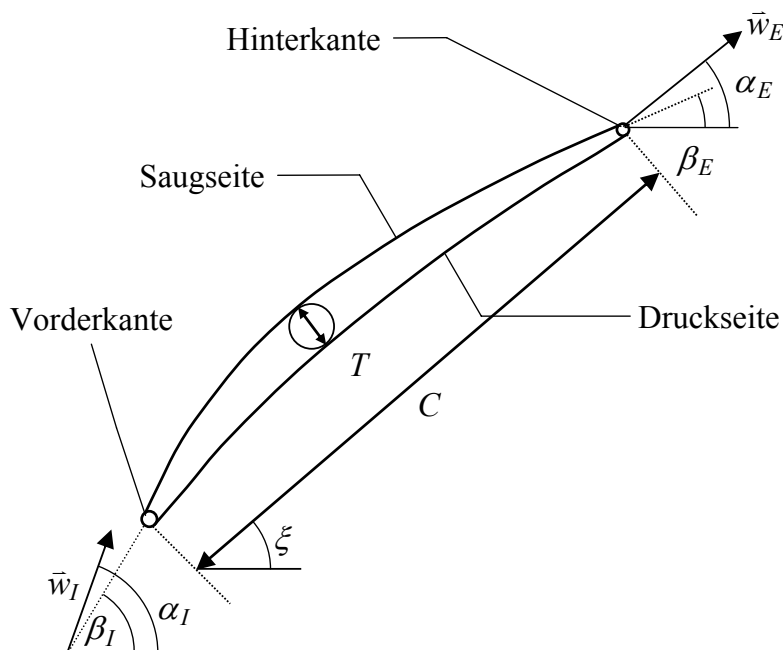


Bild 2.2: Geometrische Parameter eines Profilschnittes sowie Eintritts- und Abströmwinkel der Strömung

Die Strömung des Fluids auf den Stromflächen (bzw. in der Stromröhre) hat eine gerichtete, auf den Profilschnitt bezogene, relative Anströmgeschwindigkeit \vec{w}_I , die durch den Profilschnitt umgelenkt wird. Umgelenkt heißt, dass sich der Winkel der

ungestörten Strömung, mit der der Profilschnitt angeströmt wird, verändert. Bei einem Verdichter gilt mit dem Eintrittswinkel α_I und dem Austrittswinkel α_E , siehe Bild 2.2, für die Umlenkung ε stets

$$\varepsilon = (\alpha_I - \alpha_E) > 0. \quad (2.5)$$

Bei Statoren stimmt die relative Geschwindigkeit \bar{w} mit der absoluten Strömungsgeschwindigkeit \bar{c} des Profils überein. Im Unterschied dazu kommt bei Rotoren durch deren Rotation zu der relativen Strömungsgeschwindigkeit \bar{w} die Umfangsgeschwindigkeit \bar{u} hinzu, Bild 2.3. Beide Geschwindigkeiten ergeben die absolute Strömungsgeschwindigkeit

$$\bar{c} = \bar{w} + \bar{u}, \quad (2.6)$$

die vom Maschinengehäuse aus gesehen in eine Rotorreihe hinein bzw. wieder heraus strömt. Gleichung (2.6) wird auch als Galilei-Transformation bezeichnet und ist sowohl für Rotoren ($\bar{u} \neq 0$) als auch für Statoren ($\bar{u} = 0$) gültig. Die absolute Strömungsgeschwindigkeit kann nochmals in eine Umfangskomponente \bar{c}_u und eine Axialkomponente \bar{c}_{ax} unterteilt werden (Bräunling, 2004). Die Komponente \bar{c}_u ist ein Maß für den Drall in der Strömung, \bar{c}_{ax} bestimmt den Durchfluss durch den Verdichterringraum. In Bild 2.3 sind die einzelnen Geschwindigkeitskomponenten grafisch dargestellt.

Eine der Aufgaben eines Verdichterschaufelblattes, gedanklich aufgebaut durch die einzelnen Profilschnitte, ist die Erhöhung des statischen Druckes. Der statische Druck $p_x(x)$ kann mit Hilfe des dimensionslosen Druckbeiwertes $c_p(x)$ ausgedrückt werden, welcher entlang der Druck- und Saugseite des Profilschnittes variiert. Der Druckbeiwert ist definiert als

$$c_p(x) = \frac{p_x(x) - p_I}{q_{\infty, I}} \quad (2.7)$$

wobei $p_I = p_\infty$ der statische Umgebungsdruck der ungestörten Strömung (gekennzeichnet mit dem Index ∞) ist. Der dynamische Druck $q_\infty = (\rho w^2)/2$ setzt sich aus der Dichte ρ des Fluids und der relativen Anströmgeschwindigkeit w zusammen und spiegelt die kinetische Energie der Strömung wieder. Der statische Druck wird bei einer strukturmechanischen Analyse als Belastungsart in Form von Flächenlasten, auch Drucklasten genannt, beachtet.

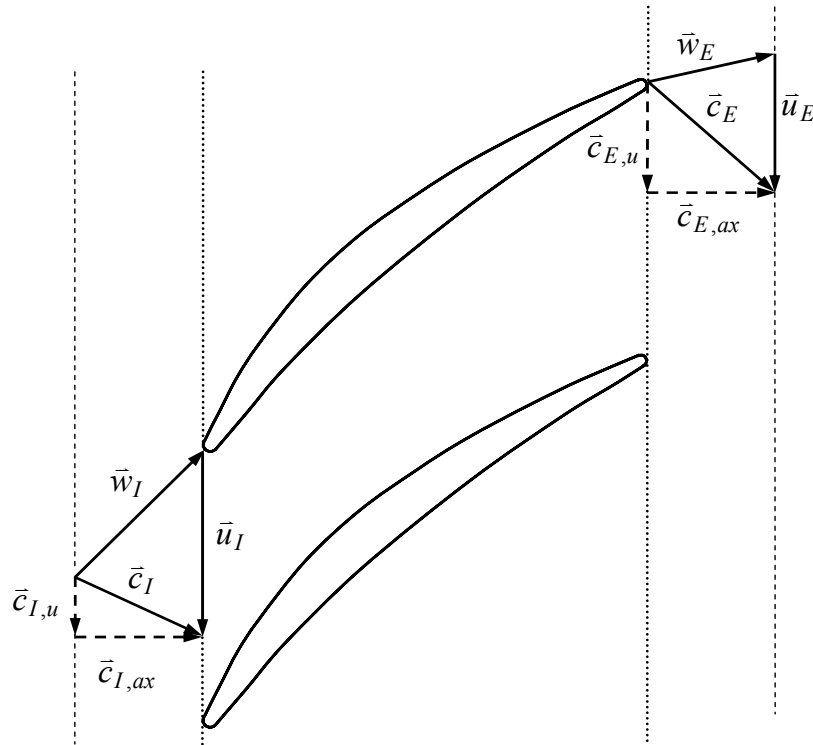


Bild 2.3: Geschwindigkeitsdreiecke am Ein- und Austritt eines Profilschnittes

Aus diesem Grund ist es für durchzuführende Analysen hinsichtlich der strukturellen Charakteristika des Schaufelblattes wichtig, diesen aus dem mit der CFD-Analyse berechneten Druckbeiwert zu ermitteln:

$$p_x(x) = c_p(x) q_{\infty, I} + p_I. \quad (2.8)$$

Bei der Umströmung des Profils treten aerodynamische Phänomene wie Verdichtungsstöße oder Strömungsablösungen auf, da das Fluid verzögert wird und die auftretende Grenzschicht gegen einen positiven Druckgradienten anläuft. Weiterhin kann der Verdichter sperren (der Massenstrom wird begrenzt) oder pumpen (die Strömung fließt entgegen der beabsichtigten axialen Strömungsrichtung), und so seiner Funktion eines vordefinierten Druckaufbaus nicht gerecht werden. Um das Verhalten der Strömung und des Verlustes auf der Druck- und Saugseite des Schaufelblattes zu kontrollieren, werden bei der rechnergestützten zweidimensionalen Analyse der Profilschnitte im Strömungsfeld u. a. die auf die Sehnenlänge bezogene Machzahlverteilung und die Verteilung des Grenzschichtformfaktors \bar{H} betrachtet.

Durch die Änderung der Strömungsgeschwindigkeit auf der Druck- und Saugseite kommt es zur Änderung der Machzahl $M = w/c$, die das Verhältnis zwischen der Strömungsgeschwindigkeit w und der Schallgeschwindigkeit c darstellt. Wird die Strömung über $M=1$ beschleunigt, geht sie vom Unterschallbereich in den Überschallbereich über. Gasdynamische Verdichtungsstöße treten bei der Verzögerung der Strömung von Überschall zu Unterschall auf, womit ein Druckverlust aufgrund der irreversiblen Energieumwandlung einhergeht. Weiterhin kann sich die Strömung vom Profil ablösen, was zu weiteren Verlusten und direkt zu einem Wirkungsgradabfall führt. Der kompressible Grenzschichtformfaktor \bar{H} kann als ein Indikator für das Ablösen der Strömung betrachtet werden. Er entsteht aus dem Verhältnis von Verdrängungsdicke $\bar{\delta}$ und Impulsverlustdicke $\bar{\theta}$:

$$\bar{H} = \frac{\bar{\delta}}{\bar{\theta}} \quad \text{mit} \quad \bar{\delta} = \int_0^\infty \left(1 - \frac{w}{w_\infty}\right) d\eta, \quad \bar{\theta} = \int_0^\infty \frac{w}{w_\infty} \left(1 - \frac{w}{w_\infty}\right) d\eta, \quad (2.9)$$

wobei $d\eta = \left(\frac{\rho}{\rho_\infty}\right) dy$ durch Normierung entsteht.

Anschaulich betrachtet gibt die Verdrängungsdicke an, wie weit die Stromlinien aufgrund der Verdrängungswirkung der Grenzschicht von einer Kontur, zum Beispiel von einem Profilschnitt, nach außen weg verschoben werden. In Bild 2.4 ist der Sachverhalt am Beispiel der ebenen Platte grafisch dargestellt. Das Geschwindigkeitsprofil der ungestörten Strömung hat am Punkt 0 die Geschwindigkeit w_∞ und verändert sich aufgrund der Wandhaftbedingung sowie der molekularen Diffusion innerhalb der Grenzschicht, gekennzeichnet durch die Grenzschichtdicke δ in Bild 2.4 a.

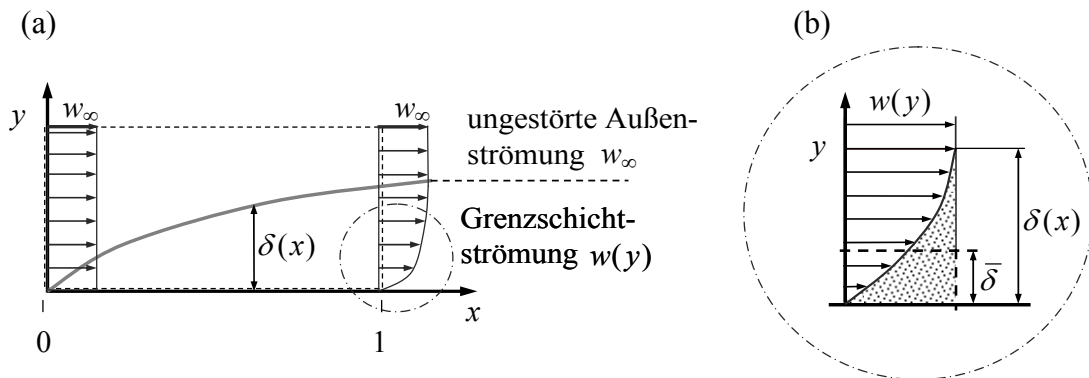


Bild 2.4: Veränderung des Geschwindigkeitsprofils durch die Grenzschicht (a) und Definition der Verdrängungsdicke (b)

Für die Bestimmung der Verdrängungsdicke $\bar{\delta}$, Bild 2.4 b, wird gefordert, dass der Flächeninhalt der gepunkteten Fläche gleich dem Flächeninhalt der mit einer gestrichelten Linie abgegrenzten Fläche ist, (Jischa, 1982). Durch die Verschiebung der Stromröhren wächst die Grenzschichtdicke $\delta(x)$ und die Wandschubspannung $\tau_w = \eta \cdot (\partial w(y)/\partial y)$ der Strömung nimmt in Richtung der Geometriekontur bis zum Wert Null an der Geometriekonturoberfläche ab. Ist der Geschwindigkeitsgradient $\partial w(y)/\partial y = 0$, kommt es zu einer Ablösung der Strömung von der Körperkontur oder zu einer Rückströmung, Bild 2.5. Die Impulsverlustdicke $\bar{\theta}$ beschreibt den Impulsverlust durch Wandreibung. Er tritt in dem Bereich der Grenzschicht auf, in der der durchfließende Impuls der Strömung geringer ist als der Impuls der Außenströmung (Schlichting und Gersten, 2006). Erfahrungswerte zeigen, dass eine Strömungsablösung oder eine Rückströmung bei $\bar{H} \geq 3.5$ auftreten kann (Cumpsty, 2004). Dies führt zu einen zusätzlichen Druckabfall und Verlust.

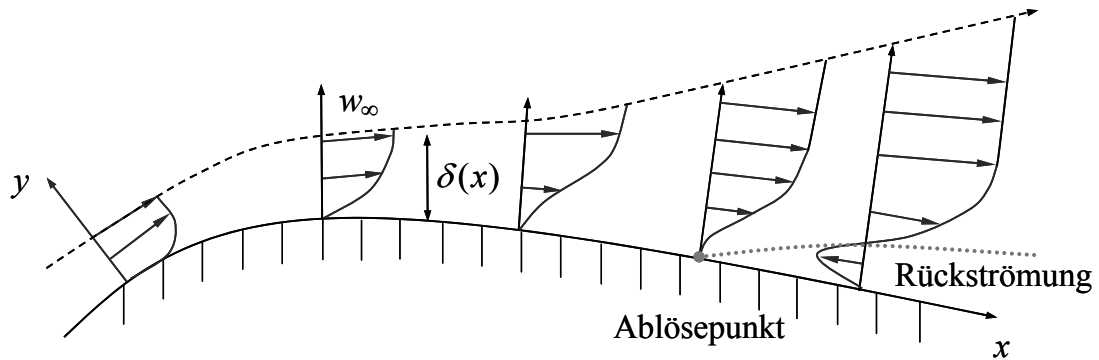


Bild 2.5: Grenzschichtverlauf entlang einer gekrümmten Fläche (Jischa, 1982)

Als Maß für den Totaldruckverlust des Profils wird der dimensionslose Druckverlust ω^* verwendet, der ein Verhältnis aus der Differenz von isentropem Totaldruck $p_{0,E}^{isen}$ und tatsächlich auftretendem massengemittelten Totaldruck $p_{0,E}$ am Austritt sowie des dynamischen Drucks der ungestörten Strömung am Profilanfang ist:

$$\omega^* = \frac{p_{0,E}^{isen} - p_{0,E}}{q_{\infty,I}}. \quad (2.10)$$

Mit dem Zusammenhang

$$p_0 = p + q_\infty \quad (2.11)$$

zwischen Totaldruck, statischem und dynamischem Druck ergibt sich aus (2.10)

$$\omega^* = \frac{p_{0,E}^{isen} - p_{0,E}}{p_{0,I} - p_I} \quad (2.12)$$

2.2 Parametrisierung der Schaufelblattgeometrie

Viele Veröffentlichungen setzen sich mit dem Einfluss der Geometrie von Profilen bzw. Profilschnitten auf die Strömung auseinander. Darunter fallen unter anderem Anfang der fünfziger Jahre die Berichte der NACA (National Advisory Committee for Aeronautics), welche an verschiedenen NACA-Profilen die Hinterkantengestaltung hinsichtlich deren Einflusses auf den Auftrieb und auf das Abreißen der Strömung untersuchte. Oder Mitte der sechziger Jahre, wo sich intensiv mit dem aerodynamischen Entwurf eines axialen Verdichters beschäftigt wurde, (Johnsen und Bullock, 1965). Aufgrund des oben genannten Einflusses der geometrischen Formen auf die Strömung, wird der zweidimensionale Profilschnitt solange geometrisch modifiziert bis er das geforderte aerodynamische Verhalten aufweist bzw. das gewünschte Strömungsfeld erzeugt.

Für die Beeinflussung der Geometrie eines Profilschnittes gibt es mehrere Möglichkeiten. Vorder- und Hinterkante können mit Hilfe eines Kreises oder einer Ellipse beschrieben werden, (Gräsel et al., 2004). Deren einfache exakte mathematische Beschreibung und Parametrisierung ermöglicht es, die Form gezielt zu verändern. Druck- und Saugseite dagegen sind durch ihren unterschiedlich gekrümmten Verlauf nicht mit Hilfe einfacher geometrischer Formen beschreibbar. Die Kurven werden daher entweder mittels vieler einzelner Stützstellen interpoliert, das heißt die Kurve verläuft durch die gegebenen Punkte, oder es wird ein Ansatz gewählt, bei dem der Kurvenverlauf mit einer geringen Anzahl von Punkten kontrolliert wird. Nachteile der ersten Beschreibungsvariante sind, dass bei Änderung der Profilgeometrie eine Vielzahl von Punkten verändert werden müssen und es zu Krümmungssprüngen kommen kann, wenn nur einzelne Punkte ohne Beachtung ihrer Umgebung geändert werden. Aus diesen Gründen bietet sich die Beschreibung von Druck- und Saugseite mit Hilfe von Splines an, mit denen es möglich ist, durch eine geringe Anzahl von Punkten komplexe Kurven lokal oder global zu beeinflussen.

Splines sind im Allgemeinen zusammengesetzte Polynome, deren Ordnung unabhängig von der Anzahl der zu interpolierenden Stützstellen ist. Der Spline wird durch einen Polygonzug gesteuert. Dieses Polygon heißt Kontrollpolygon, seine Ecken werden Steuerpunkte oder Splinekoeffizienten genannt. Die Steuerpunkte können eine geometrische Bedeutung haben, was bedeutet, dass sie den ungefähren Verlauf der Kurve festlegen oder dass man aus deren Lage auf die geometrischen Eigenschaften der Kurve schließen kann, (Hoschek und Lasser, 1989). Die Möglichkeit, den Verlauf einer Kurve durch wenige Punkte zu steuern und Unstetigkeiten auszuschließen, macht Splines zu einem geeigneten Parametrisierungsansatz von Kurven. Die unterschiedlichen Spline-Arten können verschiedene Stetigkeiten haben. Für den Aufbau von umströmten Profilen sind drei Ordnungen von Stetigkeiten interessant: Stetigkeit der 0.-Ordnung (C^0) schließt Positionssprünge aus, Stetigkeit der 1.-Ordnung (C^1) ergibt tangential glatte Übergänge und Stetigkeit der 2.-Ordnung (C^2) bedeutet Krümmungstetigkeit. Für eine glatte Kurve ist Stetigkeit 1. Ordnung damit eine Mindestvoraussetzung.

2.2.1 Splinefunktionen als Parametrisierungsansatz von Kurven

Im Wesentlichen gibt es zwei Typen von Splinefunktionen, bei denen die Steuerpunkte eine geometrische Bedeutung haben und somit für die interaktive Bearbeitung von Kurven, zum Beispiel für die Parametrisierung von Profilschnitten, (Gräsel et al., 2004) und (Keskin, 2006), von großer Bedeutung sind:

- Bézier-Kurven und
- B-Splines (Basis-Splines).

Bézier-Kurven wurden in den sechziger Jahren von Paul de Casteljau bei Citroën und Pierre Bézier bei Renault aus dem Bedarf der Automobilindustrie für Freiformkurven im computerunterstützten Konstruieren entwickelt, (Fellner, 1988). Die verwendeten Kurven $L(u)$ vom Grad g werden über $g+1$ Steuerpunkte P_i in Vektorform durch die Gleichung

$$L(u) = \sum_{i=0}^g B_{i,g}(u) P_i, \quad 0 \leq u \leq 1, \quad (2.13)$$

bestimmt, wobei u der auf $[0,1]$ normierte Längenparameter der Kurve und $B_{i,g}(u)$ Bernsteinpolynome der Form

$$B_{i,g}(u) = \frac{g!}{i!(g-i)!} u^i (1-u)^{g-i} = \binom{g}{i} u^i (1-u)^{g-i}, \quad i = 0(1)g, \quad (2.14)$$

sind. Mit diesen, nach dem Mathematiker Sergei N. Bernstein benannten, Polynomen wird der Einfluss der einzelnen Steuerpunkte auf den Kurvenverlauf des Splines festgelegt. Bild 2.6 zeigt beispielhaft eine Beziér-Kurve und die zugehörigen Bernsteinpolynome.

Die wichtigsten Eigenschaften der Bernsteinpolynome sind nach Fellner (1988):

- $B_{i,g}(u) \geq 0 \quad \forall u \in [0,1]$ und $\forall g \in \mathbb{N}^+$,
- $\sum_{i=0}^g B_{i,g}(u) = 1$ für beliebiges, aber fixes u ,
- die Maxima von $dB_{i,g}(u)/du = 0$ liegen an den Stellen $u = i/g, i = 0(1)g$.

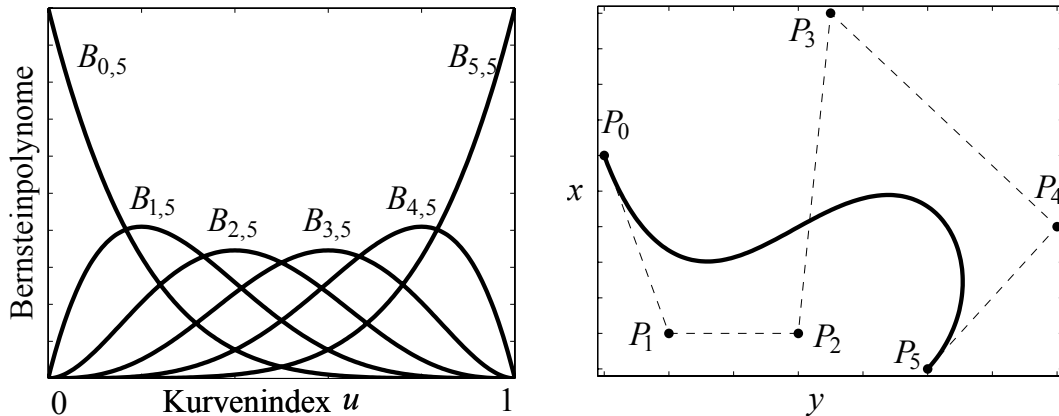


Bild 2.6: Bernsteinpolynome und Verlauf einer Beziér-Kurve mit $g = 5$

Die genannten Eigenschaften beeinflussen weitestgehend das Aussehen der eigentlichen Bézier-Kurve, die am meisten durch den globalen Einfluss der Steuerpunkte geprägt wird. Dadurch, dass die Bernsteinpolynome für den gesamten Bereich $0 \leq u \leq 1$ ungleich Null sind, beeinflusst jeder Punkt den gesamten Kurvenverlauf. Dies hat zur Folge, dass der Rechenaufwand mit der Anzahl der Steuerpunkte, welche gleichzeitig den Grad der Kurve bestimmen, ansteigt. Weiterhin sind Bézier-Kurven C^0 und C^1 stetig.

Die B-Splines, oder auch Basis-Splines genannt, wurden früh im Schiffbau eingesetzt, wo die Konstrukteure lebensgroße Kurven zeichnen mussten. Für Zeichnungen im kleineren Maßstab wurden längliche dünne Metall- oder Holzstreifen (diese Streifen wurden auch Splines genannt) als Kurvenlineale verwendet. Die Berechnung der B-Splinekurve $L(u)$ erfolgt über eine Linearkombination von $m = n + 1$ Steuerpunkten P_i , auch *de Boor*-Punkte genannt, und rekursiv berechneten Basispolynomen $N_{i,k}(u)$ der Ordnung k (bzw. Grad $g = k - 1$), welche ein bestimmtes, lokal gesteuertes Kurvensegment darstellen und vom Kurvenparameter u abhängen, der entlang der Kurve läuft:

$$L(u) = \sum_{i=0}^n N_{i,k}(u) P_i, \quad 0 \leq i \leq n \quad (2.15)$$

Die Basispolynome $N_{i,k}(u)$ sind rekursiv definiert als:

$$N_{i,k}(u) = \frac{u - u_i}{u_{i+k-1} - u_i} N_{i,k-1}(u) + \frac{u_{i+k} - u}{u_{i+k} - u_{i+1}} N_{i+1,k-1}(u), \quad i = 0(1)n \quad (2.16)$$

wobei als Sonderfall für $k = 1$ gilt:

$$N_{i,1}(u) = \begin{cases} 1 & \text{für } u_i \leq u < u_{i+1}, \\ 0 & \text{sonst.} \end{cases} \quad (2.17)$$

Tritt in Gleichung (2.16) der Fall $0/0$ auf, so gilt $0/0 := 0$. Die Basispolynome haben folgende Eigenschaften:

- $N_{i,k}(u) \geq 0 \quad \forall u \in [0, 1]$,
- $N_{i,k}(u) \neq 0$ wenn $u \in [u_i, u_{i+k}]$,
- $\sum_{i=0}^n N_{i,k}(u) = 1$ für beliebiges, aber fixes u .

Jedes Kurvensegment hat am Anfang und am Ende einen Knotenwert. Der Knotenvektor \mathbf{k}

$$\mathbf{k} = [u_0, u_1, u_2, \dots, u_{n+k}]^T, \quad u_j \leq u_{j+1}, \quad (2.18)$$

mit $n + 1 + k$ Knoten u_j , enthält alle Knotenwerte und steuert so den Einfluss der Basispolynome $N_{i,k}(u)$ auf die Kurve. Die Werte der u_j sind abhängig davon, ob sie uniform, d.h. äquidistant, oder nicht uniform verteilt sind, und ob die B-Splinekurve

offen (das heißt nichtperiodisch) oder geschlossen (periodisch) ist. Nach Zeid (1991) gilt für eine offene uniforme Kurve

$$u_j = \begin{cases} 0 & \text{für } 0 \leq j < k, \\ j - k + 1 & \text{für } k \leq j \leq n, \\ n - k + 2 & \text{für } n < j \leq n + k, \end{cases} \quad (2.19)$$

mit $0 \leq j \leq n + k$ und dem Intervall $0 \leq u \leq n - k + 2$, auf dem u definiert ist. Häufig wird eine Normierung auf das Intervall $[0,1]$ vorgenommen, wodurch die Knotenwerte nicht mehr ganzzahlig sind (Hoschek und Lasser, 1989). Durch die rekursive Definition der B-Splines ist es leicht möglich, die Steuerpunkte r -fach mit $r \leq k$ zu gewichten, d.h. dass Knoten mehrfach den gleichen Wert annehmen. Mehrfache Knoten, wobei die Vielfachheit der Ordnung des Splines entspricht, werden verwendet, um folgendes zu gewährleisten:

- Anfangs- und Endpunkt des Kontrollpolygons sind mit dem Anfangs- und Endpunkt des B-Splines identisch,
- Steigung des Kontrollpolygons im Anfang- und Endpunkt und Steigung des B-Splines im Anfangs- und Endpunkt sind gleich.

Solche Knotenvektoren können zum Beispiel sein:

$$\mathbf{k} = [0, 0, 0.25, 0.5, 0.75, 1, 1]^T \quad (\text{Werte der Anfangs- und Endknoten doppelt}),$$

$$\mathbf{k} = [0, 0, 0, 0, 0.5, 1, 1, 1, 1]^T \quad (\text{Werte der Anfangs- und Endknoten vierfach}).$$

Für geschlossene Kurven verändern sich die Gleichungen (2.16) und (2.19) zu

$$\begin{aligned} N_{i,k}(u) &= N_{0,k}((u - i + n + 1) \bmod(n + 1)), \quad i = 0(1)n, \\ u_j &= j, \quad 0 \leq j \leq n + 1. \end{aligned} \quad (2.20)$$

mit dem Intervall $0 < u \leq n + 1$, auf dem u definiert ist. Die in Gleichung (2.20) verwendete „mod“-Funktion gibt den Rest aus der Division zweier ganzen Zahlen an.

Bild 2.7 zeigt die Basispolynome und den Kurvenverlauf eines offenen B-Splines für $n = 7$, $k = 4$ (d.h. ein kubischer B-Spline mit 8 Steuerpunkten) und zugehörigen Knotenvektor $\mathbf{k} = [0, 0, 0, 0, 0.2, 0.4, 0.6, 0.8, 1, 1, 1, 1]^T$. Man kann erkennen, dass die Basispolynome $N_{i,k}(u)$ nur in bestimmten Teilintervallen der Kurvenlänge u

Weiteren Einfluss auf das Aussehen des B-Splines haben dessen Ordnung (bzw. Grad) und das Auftreten von doppelten Steuerpunkten, Bild 2.9. Die Ordnung des B-Splines hat Einfluss auf die Werte der Basispolynome und dem Einflussbereich der Steuerpunkte. Je niedriger die Ordnung k , desto mehr nähert sich der B-Spline an den Polygonzug an, der durch die Steuerpunkte aufgespannt wird, Bild 2.9 (a), d.h. der Einfluss der Steuerpunkte auf dem B-Spline wird größer. Hintereinander auftretende identische Steuerpunkte bewirken, dass der B-Spline lokal an die mehrfachen Steuerpunkte herangezogen wird. In Bild 2.9 (b) sind zwei B-Splines dargestellt, bei denen die Steuerpunkte die gleichen räumlichen Koordinaten haben. Unterschiedlich ist, dass bei dem B-Spline mit den Steuerpunkten P_i^* ein Steuerpunkt doppelt auftritt.

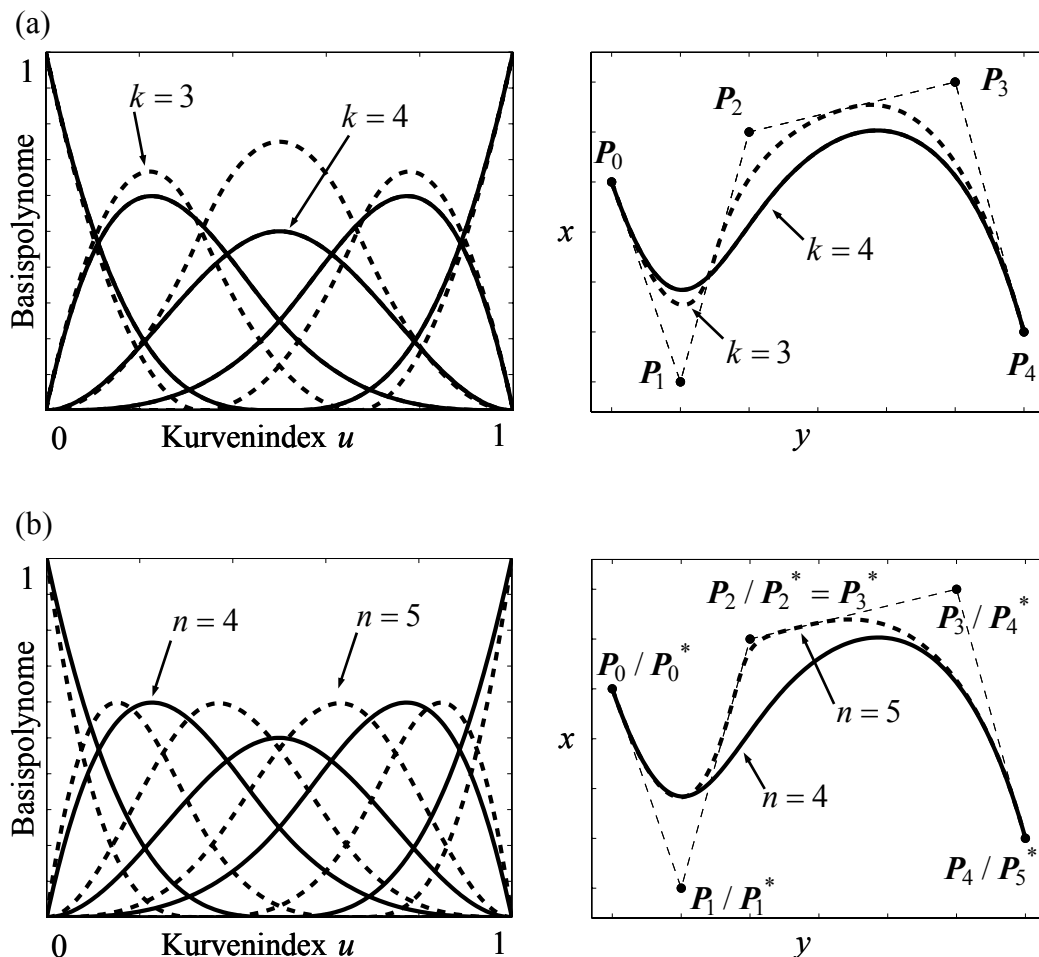


Bild 2.9: Einfluss der Polynomordnung (a) und mehrfacher Steuerpunkte (b) auf den Kurvenverlauf von B-Splines

Dadurch erhöht sich deren Anzahl sowie die zugehörige Zahl der Basispolynome von fünf ($n = 4$) auf sechs ($n = 5$) und deren Einfluss auf den Kurvenverlauf des B-Splines.

Neben den bisher behandelten B-Spline Arten gibt es die rationalen B-Splines und als Sonderfall die nicht uniformen rationalen B-Splines (kurz: NURBS). Bei rationalen B-Splines wird die Basis normiert und somit durch zwei Polynome definiert

$$R_{i,k}(u) = \frac{w_i N_{i,k}(u)}{\sum_{i=0}^n w_i N_{i,k}(u)} \quad (2.21)$$

welche Gewichtungsfaktoren w_i für die Steuerpunkte enthalten. Die Gewichtungsfaktoren wirken als weitere Formsteuerparameter, da das Aussehen der B-Splines modifiziert werden kann, ohne dass sich der Knotenvektor und/oder die Lage der Steuerpunkte verändern. Mit (2.21) verändert sich (2.15) zu

$$L(u) = \sum_{i=0}^n R_{i,k}(u) P_i, \quad 0 \leq i \leq n. \quad (2.22)$$

Rationale Kurven zeichnen sich dadurch aus, dass sie invariant gegenüber der perspektivischen Projektion sind.

Sollte der Knotenvektor in einem Sonderfall als Werte nur Mehrfache von 0 und 1 bzw. u_0 und u_1 enthalten, d.h.

$$\mathbf{k} = [\underbrace{u_0, \dots, u_0}_{k \text{ mal}}, \underbrace{u_1, \dots, u_1}_{k \text{ mal}}]^T \quad (2.23)$$

nehmen die zugehörigen Basispolynome folgende Gestalt an:

$$N_{i,k}(u) = \frac{(k-1)!}{i! (k-1-i)!} u^i (1-u)^{k-1-i}, \quad i = 0, \dots, k-1 \quad (2.24)$$

was der Form der Bernsteinpolynome bei den Bézier-Kurven entspricht. B-Splines sind damit eine Verallgemeinerung der Bézier-Kurven, (Hoschek und Lasser, 1989). Unterschiedlich ist, dass die Steuerpunkte der B-Splines im Allgemeinen nur einen lokalen Einfluss auf die Kurve haben, der Einflussbereich eines jeden Steuerpunktes über die Knoten vorgegeben werden kann, und dass die Ordnung (und damit der

Grad) der Polynome unabhängig von der Anzahl der Steuerpunkte ist. Auch sind die Algorithmen zur Auswertung der Kurve verschieden: für B-Splines wird der de Boor-Algorithmus verwendet, bei Bézier-Kurven der Algorithmus von Casteljau. Gemeinsam haben beide Ansätze, dass der Anwender die Kurven direkt über die Lageänderung der Steuerpunkte beeinflusst, wobei der erste und letzte Steuerpunkt direkt auf Kurvenanfang und -ende liegt und das Kontrollpolygon an diesen Stellen tangential anliegt. Für weiterführende Studien sei auf die Literatur von Farin (1994), Fellner (1988), Hoscheck und Lasser (1989) und Zeid (1991) verwiesen. Im weiteren Verlauf der Arbeit werden auf Grund der genannten Vorteile B-Splines als Kurvenapproximationsansatz gewählt.

2.2.2 Parametrisierung mit B-Splines

Wie bereits erläutert werden B-Splines im Schaufelschnittentwurfsverfahren verwendet, um die Druck- und Saugseite der einzelnen Profilschnitte zu beschreiben (Gräsel et al., 2004) und Geometriemodifikationen vorzunehmen, (Keskin, 2006). In der vorliegenden Arbeit sollen alle Profilschnitte des Schaufelblattes hinsichtlich der maximalen Dicke, sowie der Metallwinkel an Vorder- und Hinterkante (Bild 2.2) verändert werden. Um Änderungen an den Profilschnitten hinsichtlich der gewählten Geometrieparameter durchzuführen, gibt es in dem verwendeten Rolls-Royce Auslegungsprogramm *Parablading* unter anderem die Möglichkeit, die Druck- und Saugseite eines jeden Profilschnittes durch Verschieben der Steuerpunkte geometrisch zu beeinflussen. Die Steuerpunkte \mathbf{b}_i^{SS} können tangential, beschrieben durch die tangentielle Koordinate t_i^{SS} , und normal, beschrieben durch die normale Koordinate \mathbf{n}_i^{SS} , im lokalen $x'-y'$ -Koordinatensystem verändert werden, Bild 2.10. Bei dieser Art der Modifizierung muss darauf geachtet werden, dass die so entstandenen Profile auf beiden Profilseiten keine unerwünschten Welligkeiten aufweisen bzw. eine Glattheit gegeben ist. Weiterhin kann die Anzahl der zu verändernden Parameter für Druck- und Saugseite sehr groß werden, da pro Profilschnitt die Anzahl der Steuerpunkte für die B-Splines, welche die Druck- und Saugseite beschreiben, frei wählbar sind.

Im Hinblick auf die Einbindung des zweidimensionalen Schaufelschnittentwurfs in eine Optimierungsschleife, in welcher die gesamte Schaufel bezüglich ihrer aerodynamischen und strukturmechanischen Eigenschaften bewertet werden soll, ist es notwendig, nur so viele Entwurfsparameter wie nötig bzw. möglich zu verwenden. Daher wird ein neuer Ansatz für die Geometriebeeinflussung gewählt. Anstatt die

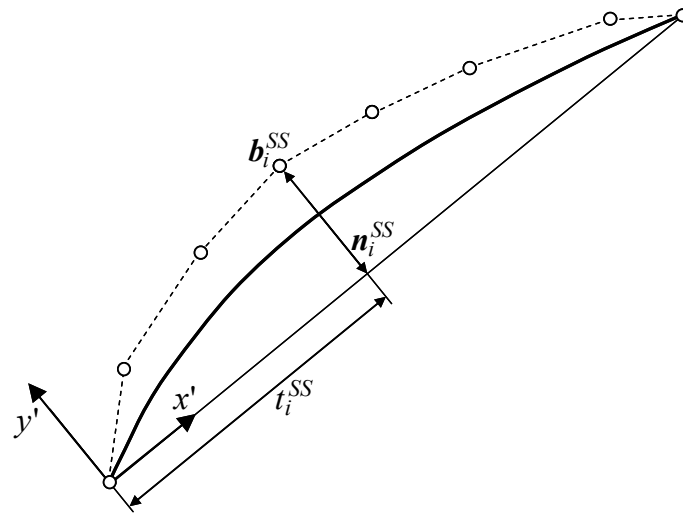


Bild 2.10: Parametrisierung der Saugseite eines Profilschnittes in *Parablading*, (Keskin, 2006)

Profilkonturen eines jeden Profilschnittes über die jeweiligen Steuerpunkte der Druck- und Saugseite direkt zu modifizieren, wird der qualitative Konturenverlauf indirekt über die Metallwinkel und maximale Dicke beeinflusst. Durch diese geometrischen Größen ist die Kontur ebenfalls eindeutig definiert und veränderbar. Auf diese Weise wird die Anzahl von veränderlichen Parametern stark reduziert und der zur Verfügung stehende Parameterraum wird sehr niederdimensional, man verliert jedoch die Flexibilität, sehr lokale bzw. gezielte Änderungen an dem Profilschnitt selbst vorzunehmen.

Bei beiden genannten Möglichkeiten der Geometriebeeinflussung der einzelnen Schaufelprofile werden die radialen Verläufe der betrachteten Geometrieparameter bisher nicht beachtet. Dadurch kann es für das Schaufelblatt zu untypischen Geometrien und/oder unerwünschten radialen Verläufen der Parameter kommen. Im Extremfall könnten sogar Sprünge in den genannten Verläufen auftreten. Beides kann das Aussehen der auf den Profilschnitten basierenden Druck- und Saugseite des Schaufelblattes nachteilig beeinflussen. Um dies zu vermeiden wird der oben angesprochene zweite Ansatz (Profilschnittmodifikation durch Änderung von Dicke und Metallwinkel) erweitert, indem die radialen Verläufe von geometrischen Größen durch B-Splines beschrieben werden. Damit ist es möglich, das Schaufelblatt mit einer geringen Anzahl von Parametern zu modifizieren. Für eine Geometrieänderung

wird der B-Spline durch Verschieben seiner Steuerpunkte verändert und anschließend aus der so entstandenen neuen Kurve, die dem radialen Verlauf der entsprechenden geometrischen Werte entspricht, alle benötigten Werte für die einzelnen Profilschnitte extrahiert. Auf diesen Werten basierend werden alle Profilschnitte hinsichtlich der radial verteilten Größen angepasst. Vorteile dieses Ansatzes sind die radiale Glätte der Verläufe und eine weitere Reduzierung der Änderungsparameter, wenn die Anzahl der veränderlichen Steuerpunktparameter kleiner ist als die Anzahl der zu modifizierenden Profilschnitte.

Mit dem vorgestellten Ansatz können alle radial verteilten geometrischen Größen parametrisiert werden. Dies gilt sowohl für Parameter, die direkten Einfluss auf die Form und Position des Profilschnittes haben, wie die Radien der Vorder- und Hinterkante oder die axiale Position des Schnittes, als auch für die Metallwinkel und die maximale Dicke (siehe dazu Bild 2.2). In Bild 2.11 sind beispielhaft radiale Verläufe der maximalen Dicke (T_{\max}) und der Metallwinkel an Vorderkante (β_I) und Hinterkante (β_E) zu sehen, welche jeweils durch einen B-Spline mit fünf horizontal und vertikal verschiebbaren Steuerpunkten parametrisiert sind.

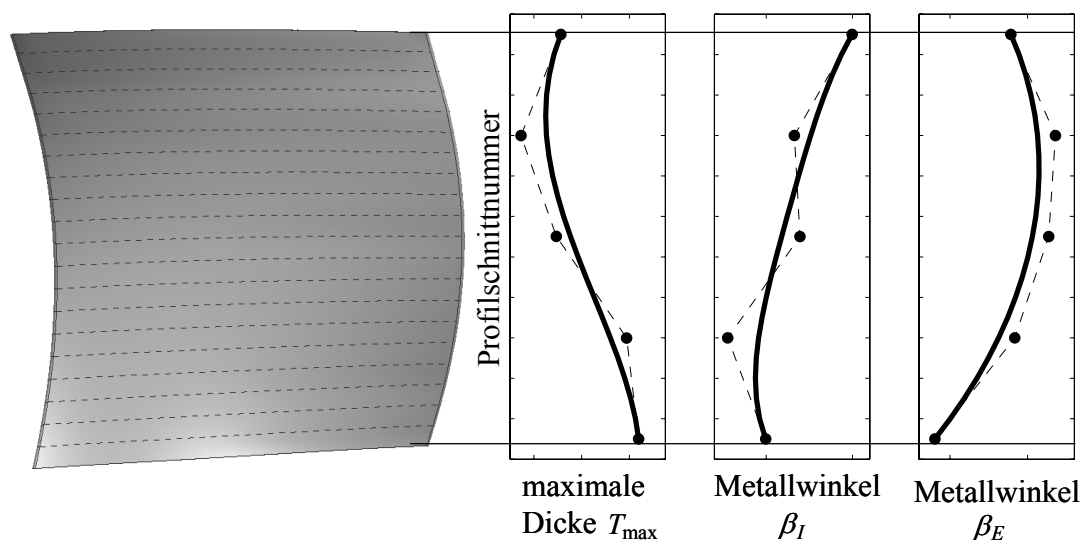


Bild 2.11: Parametrisierte Verteilungen für maximale Dicke T_{\max} und den Metallwinkel an Vorderkante β_I und Hinterkante β_E

3 Generierung einer Schaufel im CAD-System

Nachdem das Schaufelblatt, speziell das in dieser Arbeit betrachtete Rotorschaufelblatt, beim herkömmlichen Entwurfsprozess aerodynamisch ausgelegt ist, wird mit ihm eine Gesamtschaukel erzeugt. Dafür muss das Schaufelblatt auf eine Plattform gesetzt werden, an der ein für die Schaufel spezifischer Schaufelfuß befestigt ist. Der konstruktive Zusammenbau erfolgt im CAD-System. Erste CAD-Systeme wurden bereits in den sechziger Jahren eingesetzt. Der Vorteil von ihnen ist, dass sich die Arbeit der Ingenieure auf die kreative Tätigkeit beschränken kann, da Routinearbeiten wie Erzeugung von Körpern, das Erstellen von Schnitt- und Produktionszeichnungen sowie Stücklisten etc. vom System übernommen werden. Dadurch enthalten die Entwürfe weniger Fehler, Konstruktionsänderungen können in kurzer Zeit durchgeführt und geometrische Bauteile bereits virtuell auf Eigenschaften wie Passgenauigkeit und Bewegungsfreiheit überprüft werden. Letzteres ist besonders bei der numerischen Kollisionsprüfung von Baugruppenelementen notwendig, (Fellner, 1988). Des Weiteren können die Daten elektronisch verwaltet und für die Fertigung im Rahmen der computerunterstützten Fertigung („Computer Aided Manufacturing“ oder „CAM“) herangezogen werden.

Ein zentrales Problem von CAD-Systemen ist der Import von Modellen, die nicht innerhalb des verwendeten CAD-Systems erzeugt worden sind. Für diesen Modellaustausch werden Mechanismen benötigt, mit denen das Modell unverändert über Systemgrenzen hinweg übergeben werden kann. Dabei muss es veränderbar bleiben und sich im importierenden System wie ein natives Modell, das heißt, wie ein im entsprechenden CAD-System entstandenes Modell verhalten. Der bisherige Weg des Datentransfers über standardisierte Austauschformate wie IGES oder STEP bietet die benötigten Mechanismen nicht an. Dies führt zu Problemen, wenn das Erstellen bzw. Verändern von Baugruppen im CAD-System automatisch ablaufen und Modelle von externen Programmen, z.B. anderen CAD-Systemen, verwendet werden sollen.

In dem zugrunde gelegten industriellen Auslegungsprozess wird das Schaufelblatt aus dem Auslegungsprogramm *Parablading* der aerodynamischen Abteilung mittels des standardisierten Austauschformates STEP203 in das CAD-System *Unigraphics* überführt, damit es im Rahmen des Schaufelentwurfs weiterverwendet werden kann. Mit dem Ziel, den Entwurfsprozess zu automatisieren, muss von der bisherigen Vorgehensweise des Datentransfers Abstand genommen werden, da dieser

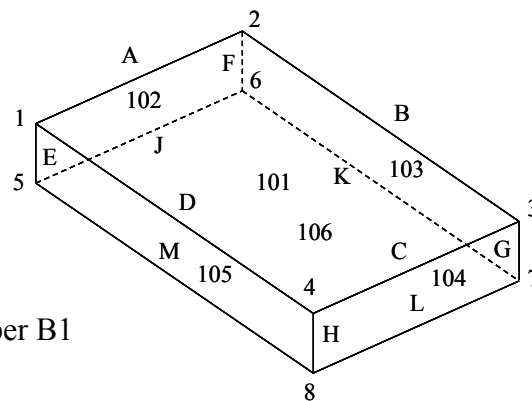
verschiedene Probleme bei der Automatisierung verursacht. Um zu verstehen, weshalb die Probleme erst bei der Automatisierung auftreten und wie diese gelöst werden können, müssen zuerst die Funktionsweise von CAD-Systemen, die verschiedenen Ansätze des Konstruierens und die Austauschformate näher betrachtet werden. Anschließend wird ein neuer Ansatz für den Geometrietransfer vorgestellt, der die angestrebte Automatisierung ermöglicht.

3.1 Grundlagen eines CAD-Systems

Ein CAD-System ist das zentrale System in Forschungs- und Entwicklungsabteilungen des Maschinenbaus. In ihm werden alle geometrischen Daten zusammengeführt und so aufbereitet, dass sie sowohl für die numerischen Simulationen als auch für die Fertigung der Produkte verwendet werden können. Ein weiterer wichtiger Verwendungszweck liegt in der Einbindung in den virtuellen Prototypenbau mit Hilfe so genannter Cave-Systeme. „Cave“ bezeichnet einen Raum (oder Höhle) mit automatisierter dreidimensionaler virtueller Umwelt. In diesem können alle Daten frühzeitig visualisiert und unter anderem dreidimensional dargestellt werden. Damit bietet sich die Möglichkeit, erste Eindrücke von dem Produkt in seinen realistischen Abmaßen zu bekommen oder ein aus verschiedenen Bauteilen bestehendes Produkt virtuell zusammenzubauen und so auf eventuelle kinematische oder geometrische Kollisionen hin zu überprüfen.

3.1.1 Datenverwaltungsansätze in CAD-Systemen

Zur Verwaltung aller geometrischen Objekte in einem CAD-System gibt es eine Datenstruktur und eine Datenbasis, die der Datenstruktur hinterlegt ist. Sie umfasst eine bestimmte Menge an geometrischen Objekten und Informationen darüber, wie diese zueinander in Verbindung stehen, um ein gewünschtes Objekt zu erzeugen, (Zeid, 1991). Bild 3.1 zeigt ein geometrisches Gebilde „B1“, welches durch Eckpunkte (gekennzeichnet durch einstellige Zahlen), Kanten (gekennzeichnet durch Buchstaben) und Flächen (gekennzeichnet durch dreistellige Zahlen) sowie deren Beziehungen untereinander beschrieben wird. Zum Beispiel begrenzen die Eckpunkte „1“ und „2“ die Kante „A“, „2“ und „3“ die Kante „B“ usw. Weiterhin umranden beispielsweise die Kanten „A“, „B“, „C“ und „D“ die Fläche „101“, welche die Oberseite des Rechtecks darstellt. Alle sechs Flächen ergeben das Objekt „B1“. Für die Verwaltung der geometrischen Daten gibt es verschiedene Datenbasisansätze mit unterschiedlichem Aufbau, (Zeid, 1991), die im Folgenden kurz beschrieben werden:



darzustellender Körper B1

basierend auf Kanten

A	B	C	D	E	F	G	H	...
---	---	---	---	---	---	---	---	-----

Zusammenhang zwischen Eckpunkten und Kanten

1, A&D&E	2, A&B&F	3, B&C&G	4, C&D&H	...
----------	----------	----------	----------	-----

basierend auf Flächen

101	102	103	104	105	106
-----	-----	-----	-----	-----	-----

Zusammenhang zwischen Kanten und Flächen

A, 101&102	B, 101&103	C, 101&104	D, 101&105	...
------------	------------	------------	------------	-----

Zusammenhang zwischen Körper und Flächen

B1, 101&102&103&104&105&106

Bild 3.1: Grundsätzlicher Aufbau des Beispielskörpers „B1“ aus Kanten, Flächen und deren Beziehungen zueinander

Relationale Datenbasis

Bei dieser Datenbasis sind die Daten in Form von Tabellen (so genannten Relationen) abgespeichert, die in Beziehung zu anderen Tabellen stehen. Bild 3.2 zeigt ein Beispiel dieser Datenbasis mit Bezeichnungen entsprechend Bild 3.1. Das geometrische Gebilde „B1“ wird durch die einfachen geometrischen Objekte Eckpunkte, Kanten und Flächen repräsentiert und aus diesen aufgebaut. Ein Nachteil dieser Datenbasis ist, dass die Daten in den einzelnen Tabellen sortiert sein müssen, was zu Verzögerungen bei der Suche nach bestimmten Beziehungen führt, da die Tabellen für komplexe Gebilde sehr schnell sehr groß werden können.

(a)			(b)			(c)	
Eckpunkt	x	y	Kante	Startpunkt	Endpunkt	Fläche	Kante
1	x ₁	y ₁	A	1	2	101	A
2	x ₂	y ₂	B	2	3		B
3	x ₃	y ₃	C	3	4		C
4	x ₄	y ₄	D	4	1		D
5	x ₅	y ₅	E	1	5	102	A
6	x ₆	y ₆	F	2	6		E
7	x ₇	y ₇					F
⋮	⋮	⋮					J
						⋮	⋮

Bild 3.2: Beispiel für eine relationale Datenbasis: Relationen der Eckpunkte (a), Kanten (b) und Flächen (c) des Beispielkörpers „B1“

Netzwerktechnische Datenbasis

Der Netzwerkansatz, dargestellt in Bild 3.3, ermöglicht einen direkteren Zugriff auf die Daten der geometrischen Objekte als andere Ansätze (wie nachfolgend beschriebene). So ist zum Beispiel direkt erkennbar, an welcher Fläche die Kante „A“ beteiligt ist, durch welche Eckpunkte sie definiert ist und an welchen Kanten sich die Eckpunkte zusätzlich befinden. Nachteil ist die übermäßige Komplexität sowohl der Datenbasis als auch deren Programmierung, was bereits aus Bild 3.3 ersichtlich ist.

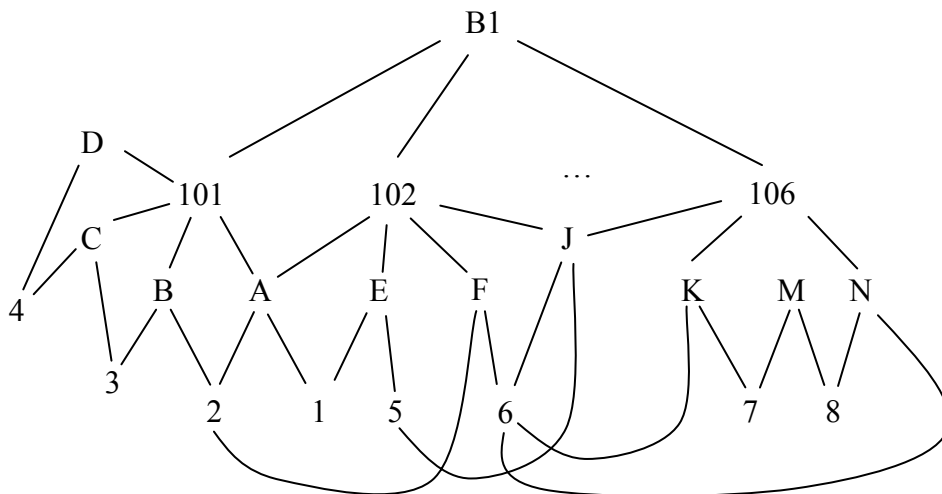


Bild 3.3: Beispiel für einen Netzwerk-Ansatz der Datenbasis des Körpers „B1“

Hierarchische Datenbasis

Dieses Datenbasismodell ist aufgebaut wie ein Baum mit dem gewünschten Körper an der Spitze und verschiedenen Abstufungen nach unten. Diese Abstufungen oder Level beinhalten Gruppen von geometrischen Objekten, die immer einfacher werden, je tiefer man nach unten abstuft. Bild 3.4 zeigt beispielhaft eine hierarchische Datenbasis für das Objekt aus Bild 3.1 mit den Abstufungen Körper, Fläche, Kante, Eckpunkt und Koordinate. Die mögliche Unsymmetrie der Baumstruktur ist ein Nachteil dieser Datenbasis, da sie zu erhöhtem programmiertechnischen Aufwand führt.

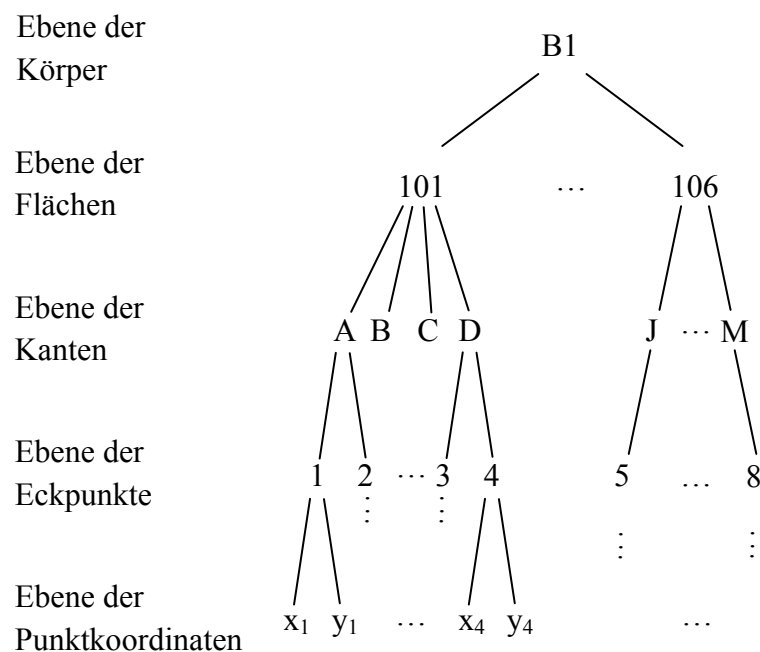


Bild 3.4: Beispiel für einen hierarchischen Ansatz der Datenbasis

Objektorientierte Datenbasis

Bei diesem Ansatz werden alle einem geometrischen Gebilde (dem Objekt) zugeordneten Merkmale, wie geometrische Daten und Beziehungen bzw. Verknüpfungen, mit Hilfe von abstrakten Modellen (zum Beispiel einfachen Volumenmodellen) an einer Stelle abgespeichert. In Bild 3.5 ist dieser Ansatz exemplarisch für das Objekt aus Bild 3.1 abgebildet. Es besteht die Möglichkeit, Objekte zu verschachteln, wodurch Strukturen entstehen. So kann ein Objekt in

Subobjekte aufgespalten werden, welche selber wiederum Objekte mit entsprechend zugehörigen Merkmalen darstellen.

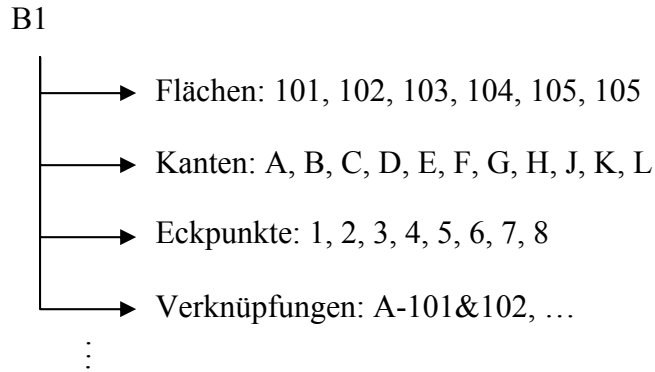


Bild 3.5: Beispiel für einen objektorientierten Ansatz mit möglichen Objektattributen

Werden geometrische Gebilde zu einem neuen Gebilde vereinigt, wie die Körper „B1“, „B2“ und „C1“ zum Körper „S1“ in Bild 3.6, nimmt die Anzahl der geometrischen Objekte und der Beziehungen untereinander zu, da zusätzlich zu den Eckpunkten, Kanten und Flächen der Ursprungsgebilde weitere Objekte durch die Vereinigung oder das Verschneiden entstehen, wie neue Kanten oder der Körper „S1“ an sich. Dies wirkt sich direkt auf den Verwaltungsaufwand aus. So werden beispielsweise die Tabellen der relationalen Datenbasis schnell sehr groß und die netzwerktechnische Datenbasis unübersichtlich und komplex, besonders wenn gleiche Kanten von verschiedenen Körpern verwendet werden. Im Vergleich dazu kann der objektorientierte Ansatz relativ schnell erweitert und angepasst werden, da Änderungen an einzelnen Objekten oder Subobjekten direkt vorgenommen werden können, ohne verschiedene Datentabellen, -bäume, -netzwerke etc. durchsuchen zu müssen.

3.1.2 Konstruieren mit Festkörpern

Seit einigen Jahrzehnten ist mit CAD-Systemen ein dreidimensionales, merkmalsbasiertes (d.h. parametrisches) Konstruieren möglich. In dieser Zeit hat sich eine Vielzahl von CAD-Systemen entwickelt, die alle die gleichen Grundfunktionalitäten aufweisen, wie die Verwendung von NURBS („nichtuniforme

rationale B-Splines“) und merkmalsbasierten Volumenkörpern (Festkörper-Methode bzw. abgekürzt „FKM“).

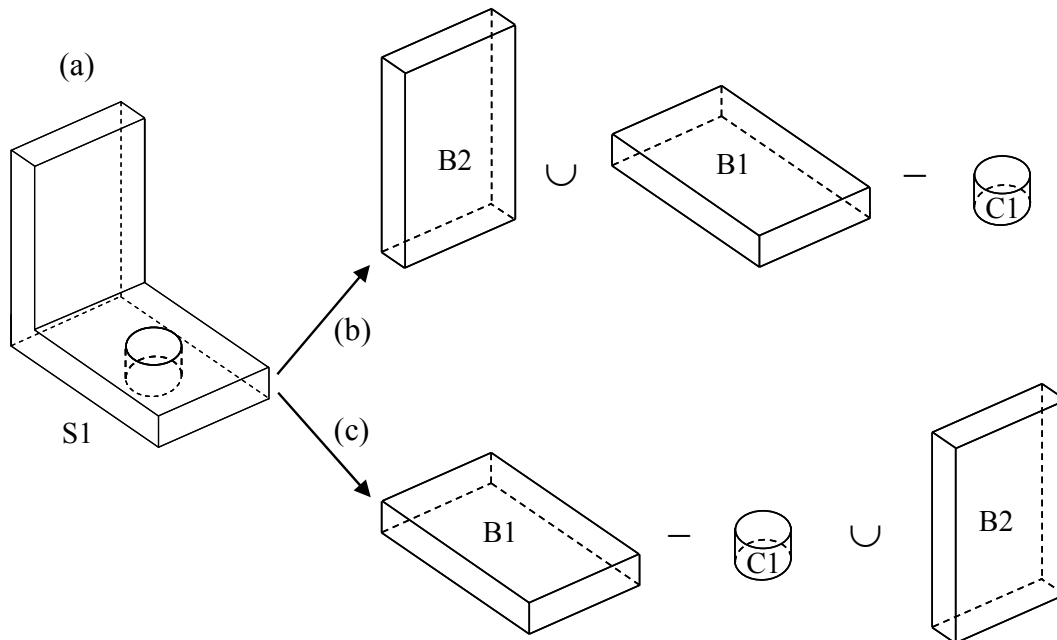


Bild 3.6: Nichteindeutigkeit der Entstehung des Festkörpermodells eines Objekts S1 (a) durch unterschiedliche Sequenzen (b) oder (c)

Im Vergleich zu den CAD-Systemen, die nur mit Flächen arbeiten, generieren FKM-CAD-Systeme mathematisch beschriebene Volumenkörper, so genannte Primitivkörper. Durch deren Verwendung braucht der Anwender u. a. keine überstehenden Flächen zu trimmen oder einen Volumenkörper aus Flächen zu erzeugen, sondern er kann schnell gewünschte Formen generieren, was die Fehlerquote reduziert.

Durch die exakte mathematische Beschreibung der Volumenkörper können

- exakte Kontaktbedingungen zwischen den Körpern definiert,
- durch Materialzuweisungen wie Trägheit physikalisch korrekte Simulationen durchgeführt,
- Überschneidungen von Körpern verhindert und
- Computermodelle für das „Rapid Prototyping“ erzeugt werden.

Alle CAD-Modelle beinhalten sowohl geometrische als auch topologische Informationen. Der Unterschied zwischen Geometrie und Topologie besteht darin, dass die Geometrie ein Gebilde durch Punkte, Linien, Flächen und festen Koordinaten beschreibt, während die Topologie die Beziehung geometrischer Objekte zueinander (und nicht deren exakte Lage, Größe oder Form) wiedergibt. Geometriedaten definieren zum Beispiel in Bild 3.7 ein Objekt aus den Linien „L1“, „L2“ und „L3“, dem Winkel γ zwischen den Linien, dem Radius „R“ und dem Mittelpunkt „P“ des Kreissegmentes „K“. Im Unterschied dazu beschreibt Topologie den Zusammenhang und die Verknüpfungen. So hat die Linie „L1“ Eckpunkte mit „L2“ und „K“, „L2“ hat Eckpunkte mit „L1“ und „L3“, „L3“ hat Eckpunkte mit „L2“ und „K“, „L1“ und „L2“ überlappen sich nicht, und das Kreissegment ist konkav. Verändert sich das Kreissegment von konkav zu konvex, Bild 3.7 a, bleibt die Geometrie gleich, aber die Topologie ändert sich. Im Gegensatz dazu hat sich die Topologie in Bild 3.7 b nicht verändert, während sich die Geometrie ändert (zum Beispiel durch Verschiebung der Lage von „L1“ und „L3“). Beide Informationsgruppen sind notwendig, um ein komplexes geometrisches Gebilde abbilden und verändern zu können. Dies gilt insbesondere für Modelle der Festkörper-Methode.

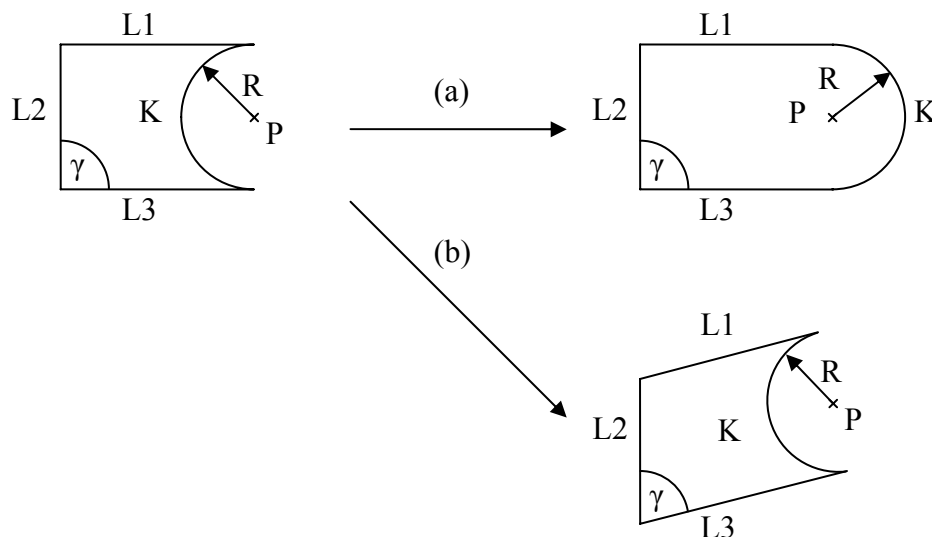


Bild 3.7: Unterschied zwischen Topologieänderung (a) und Geometrieänderung (b)

Ein FKM-Modell basiert auf der Vorstellung, dass ein physikalisches Objekt durch einfache Festkörper (wie Quader, Zylinder, Kegel, Kugel, Torus und Keil), und ihre auf Regeln basierende Kombination durch boolesche Operationen (Subtraktion, Addition und Vereinigung) erzeugt werden kann. Ein geometrisches Gebilde lässt sich so mit Hilfe der Primitivkörper schnell erzeugen, wofür verschiedene Entstehungssequenzen möglich sind. In Bild 3.6 ist das Vorgehen anhand des Festkörpers „S1“ (L-Winkel mit Bohrung) kurz dargestellt. Zuerst müssen die Primitivkörper „B1“, „B2“ und „C1“ richtig positioniert werden. Nachfolgend können entweder die beiden Quader „B1“ und „B2“ vereinigt und anschließend der Zylinder „C1“ abgezogen, Bild 3.6 b, d.h.

$$S1 = (B1 \cup B2) - C1, \quad (3.1)$$

oder zuerst der Zylinder von Quader „B1“ abgezogen und anschließend das neue Gebilde mit Quader „B2“ vereinigt werden, Bild 3.6 c:

$$S1 = (B1 - C1) \cup B2. \quad (3.2)$$

Durch einen Konstruktionsbaum, welcher die Modell-Historie abbildet, kann jeder Modellierungsschritt leicht nachvollzogen werden. In Bild 3.8 sind die Konstruktionsbäume des Festkörpers „S1“ abgebildet, die alle Primitivkörper als Subobjekte und deren Operationen miteinander enthalten.

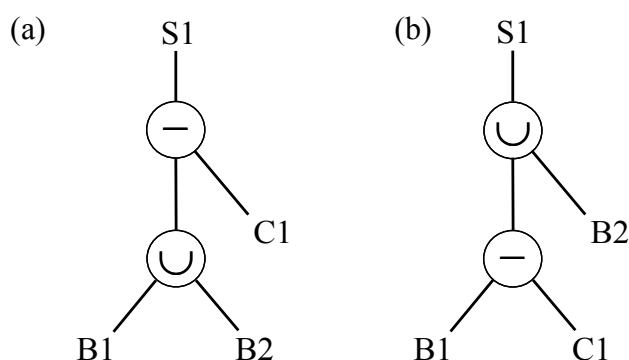


Bild 3.8: Konstruktionsbäume des Körpers S1 aus Bild 3.6 a für die zugehörigen Entstehungssequenzen nach Bild 3.6 b (a) und Bild 3.6 c (b)

Zusätzlich zu den booleschen Operationen von Primitivkörpern können Beziehungen und Randbedingungen für diese definiert werden. Dieses Vorgehen ist am Anfang zeitaufwendig, da überlegt werden muss, wie geometrische Objekte zueinander in Beziehung stehen sollen und wie man diese Relationen richtig abbildet. Ist alles richtig parametrisiert, kann der Anwender im Nachhinein einfach und schnell Änderungen am Modell vornehmen. Soll zum Beispiel auf dem Körper „S1“, parametrisiert u. a. durch die Kantenlängen a_1 , a_2 und a_3 , eine Bohrung positioniert werden, kann diese durch richtige Parametrisierung (zum Beispiel durch die Abstände a_4 und a_5 der Bohrung zu zwei Kanten des Körpers) sehr leicht verändert werden.

Jeder Primitivkörper besteht aus einer Menge von Primitivflächen und Kanten, wobei die Primitivflächen wiederum aus Kanten und im Raum orientierten geschlossenen Flächen bestehen. Zum Beispiel besteht ein Quader aus sechs Primitivflächen, die entsprechend positioniert sind. In Bild 3.10 ist eine typische Datenstruktur für einen Primitivkörper zu sehen, mit welcher dessen Geometrie eindeutig beschrieben und verwaltet werden kann. Jeder Primitivkörper hat eine interne Verwaltungsnummer

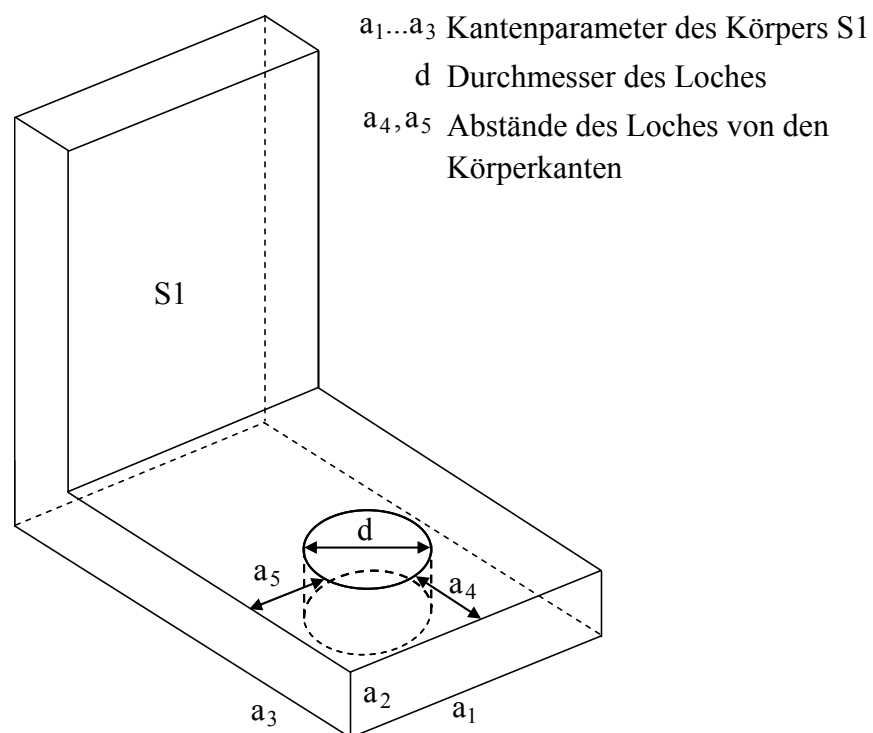


Bild 3.9: Beispiel für merkmalsbasierte Konstruktion

und verweist auf weitere Subobjekte, identifiziert durch deren Verwaltungsnummer,

aus denen er sich zusammensetzt. Weiterhin haben die geometrischen Gebilde, welche sich aus verschiedenen Primitivkörpern und konstruktiven Operationen ergeben, ebenfalls Verwaltungsnummern. Mit diesen internen Bezeichnungen lassen sich alle Objekte und untereinander gebildete Verknüpfungen referenzieren. Sobald sich ein Objekt ändert, werden alle anderen damit verknüpften Objekte an die Änderung angepasst, wodurch auf einfache Art und Weise Modifikationen des kompletten geometrischen Gebildes durchgeführt werden können. Auftretende Fehler (zum Beispiel: Bohrungsloch soll größer sein als der Quader, auf dem es sich befindet), werden sofort vom CAD-System erkannt und dem Anwender mitgeteilt.

Bei modernen CAD-Systemen, wie das in dieser Arbeit verwendete *Unigraphics*, kommen so genannte hybride Modelle zum Einsatz, die Volumen-/Festkörpermodelle, Flächen und Kanten in gemischter Form enthalten. Dadurch ist es möglich, komplexe geometrische Formen wie eine Triebwerksschaufel zu erzeugen. Dafür muss sowohl das Schaufelblatt als auch der Schaufelfuß mit Plattform vorliegen. Der

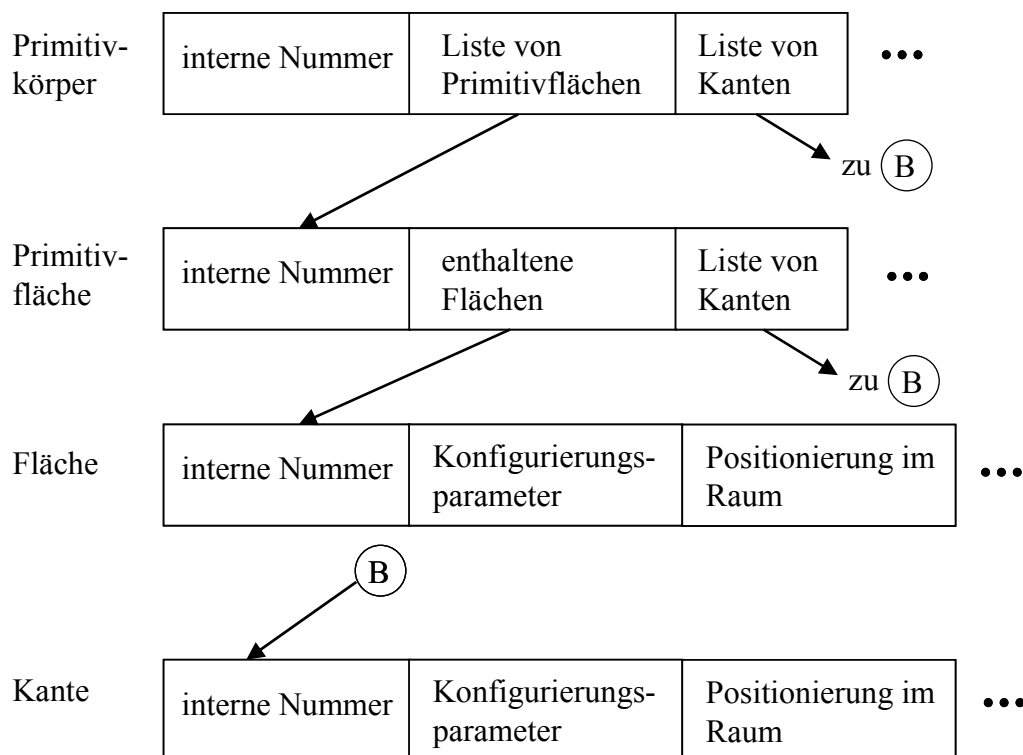


Bild 3.10: Verwaltungsstruktur eines Primitivkörpers und dessen geometrischer Objekte, aus denen dieser besteht

Schaufelfuß wird im Allgemeinen durch die Kombination von Festkörpermodellen,

Herausschneiden von verschiedenen Körpern und der Verwendung von Schnittflächen erzeugt. Die Gestaltung hängt unter anderem von der Sehnenlänge und dem Ausbalancieren des Schaufelblattes, sowie weiteren konstruktiven Randbedingungen, wie Schaufelanzahl oder Art der Schaufelfußausführung ab. Das Schaufelblatt, unabhängig davon ob es extern oder im CAD-System generiert wird, besteht in der Regel entweder aus einer geschlossenen umlaufenden Freiformfläche oder vier einzelnen Freiformflächen (Druck- und Saugseite, Vorder- und Hinterkante), sowie zwei Rotationsflächen für Nabe und Blattspitze. Um einen Festkörper zu erhalten, ist es notwendig, alle Flächen und Freiformflächen miteinander zu verknüpfen und zu vereinigen. Anschließend werden Schaufelblatt und -fuß im Raum richtig positioniert, vereinigt und die entstandene Schaufel mit einem Anschlussradius zwischen Schaufelblatt und Schaufelplattform versehen, Bild 3.13 a. Dieser Übergang zwischen Schaufelblatt und Plattform ist aus Herstellungsgründen notwendig und kann konstant oder variabel, wie in Bild 3.11 a und Bild 3.11 b dargestellt, gestaltet sein, wodurch auf unterschiedliche Belastungen und daraus resultierende Spannungsspitzen reagiert wird.

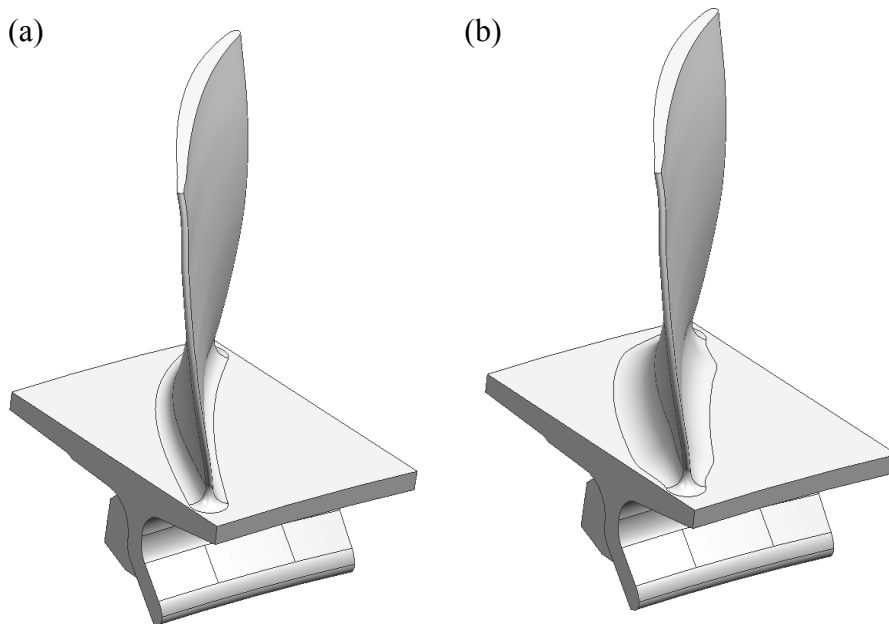


Bild 3.11: Verbindung von Schaufelblatt mit Plattform und Schaufelfuß über Anschlussradius mit konstanten (a) oder variablen (b) Radien

3.1.3 Standards für den Geometrieaustausch zwischen CAD-Systemen

Nachdem ein Geometriemodell erzeugt ist, folgt darauf häufig der Transfer in Analyseprogramme, z.B. zur Bestimmung der struktur- oder strömungsmechanischen Eigenschaften des Modells, oder der Export in ein anderes CAD-System. Bei der Übertragung von Konstruktionsdaten von einem CAD-System in ein anderes können Fehler entstehen, wodurch das transferierte Geometriemodell unbrauchbar wird, so dass es beispielsweise nicht in eine Baugruppe innerhalb eines anderen CAD-Systems eingefügt werden kann. Ursachen dafür sind, dass die Dateien von CAD-Systemen häufig untereinander nicht kompatibel sind, weil sie andere Datenformate und Datenstrukturen haben, unterschiedliche interne Namensgebung für Elemente wie Linien, Flächen oder Körper verwenden, oder das Geometriemodell anders generiert wird. Unterschiedliche Genauigkeiten und Toleranzen können ebenso zu Geometriefehlern führen. Des Weiteren kann es Probleme beim Geometrietransfer in Analyse- und Simulationsprogramme geben, wenn diese das verwendete CAD-Format nicht unterstützen, so dass es nicht oder nur in begrenztem Maße möglich ist, das Geometriemodell zu überführen.

Um diese Probleme zu beheben, wurden Standardformate für den Geometrieaustausch entwickelt. Viele dieser Standards werden von jedem CAD-System und einem Großteil der Analyseprogramme unterstützt, wodurch der Austausch wesentlich erleichtert wird. Das erste offizielle Austauschformat, die „Initial Graphics Exchange Specification“ Version 1.0, kurz IGES 1.0, wurde im Januar 1980 vorgestellt. Dieses Format basiert auf den von den Firmen Boeing und General Electric in den späten Sechzigern sowie von der US Air Force in den späten Siebzigern entwickelten Austauschformaten. Es gehört zu der ersten Generation der Austauschformate und enthält nur Informationen über die Gestaltung der übertragenen Geometrie. Die zweite Generation beinhaltet neben der Geometrie auch Daten der Produktion. Auf dieser Generation bauen die zurzeit am weitesten verbreiteten Standards auf, IGES 5.3 und die internationale ISO-Norm 10303, bekannt als STEP. Beide überführen die Informationen in Form von ASCII-Text.

IGES ist in Nordamerika sehr weit verbreitet, 1993 nutzten etwa 66% der Firmen dieses Austauschformat. Der genaue Aufbau des Formates kann unter anderem bei Zeid (1991) nachgelesen werden, hier soll nur auf einige Nachteile des Formates hingewiesen werden. Grundsätzlich werden die Geometriedaten in zwei getrennten Bereichen innerhalb der IGES-Datei abgespeichert, in einem Adressbereich und einem Parameterbereich. Viele Übertragungsfehler, die bei der Verwendung von

IGES als Austauschformat auftreten, sind auf falsche Zuordnungen zwischen diesen beiden Bereichen zurückzuführen. Außerdem ist IGES nur für Satzlängen von 80 Zeichen gedacht, wofür entsprechend Speicher allokiert wird. Sind die Zeichenketten länger, bläht sich die IGES-Datei auf, wodurch sie sehr viel Speicherplatz benötigt, (Samareh, 1999).

Mit STEP, dem „Standard for the Exchange of Product Model Data“, wurde versucht, eine eindeutige Darstellung aller Daten des Lebenszyklus eines Produktes zu erreichen. Aus diesem Grund hat die Norm verschiedene Bestandteile, wovon einige in Bild 3.12 dargestellt sind. STEP definiert einen Methodenkatalog für die Beschreibung anwenderspezifischer Produktionsmodelle in Form von Anwendungsprotokollen und Basismodellen, (Dyla, 2002). Im Vergleich zu IGES werden die Daten eines formalen Objektes an einem Platz abgespeichert, es wird eine moderne Datenarchitektur verwendet und es kommt die formale Beschreibungssprache EXPRESS zum Einsatz, welche zu den in STEP genormten Beschreibungsformen gehört. Die Anwendungsprotokolle sind konkrete Beschreibungen von Produktreferenzmodellen für verschiedene Produktparten. Es gibt zwei bekannte Anwendungsprotokolle, wobei das Anwendungsprotokoll Nummer 203 (AP203) mit dem Titel „Configuration Controlled Design“ Beziehungen zwischen einzelnen Bauteilen, Baugruppen, Materialeigenschaften beinhaltet sowie Zugriffsberechtigung, Änderungsanforderungen und weitere Modellinformationen enthält, wodurch ein Informationsmodell für den Datenaustausch definiert wird. Das Anwendungsprotokoll Nummer 214 mit dem Titel „Care Data for Automotive Mechanical Design Process“ wurde ursprünglich für die Automobilindustrie entwickelt, wird jetzt aber im gesamten Maschinenbau eingesetzt. Es erweitert AP203 um die Datenklassen „Dokumente“ (Verknüpfung von externen Dokumenten und Dateien) und „Kinematik“.

Bei beiden Anwendungsprotokollen wird das anwendungsneutrale Basismodell Nummer 42 verwendet, welches Methoden für die Beschreibung von dreidimensionalen CAD-Bauteilen definiert. In ihm wurden nicht nur verschiedene Elemente aus dem IGES-Standard übernommen, wie zwei- und dreidimensionale Punkte, Linien, Kreise, B-Splines und Freiformflächen, zusätzlich beinhaltet es Topologieinformationen für die Erzeugung von Volumenkörpern und Darstellungen ihrer Begrenzungen, zum Beispiel durch Kanten, (Samareh, 1999).

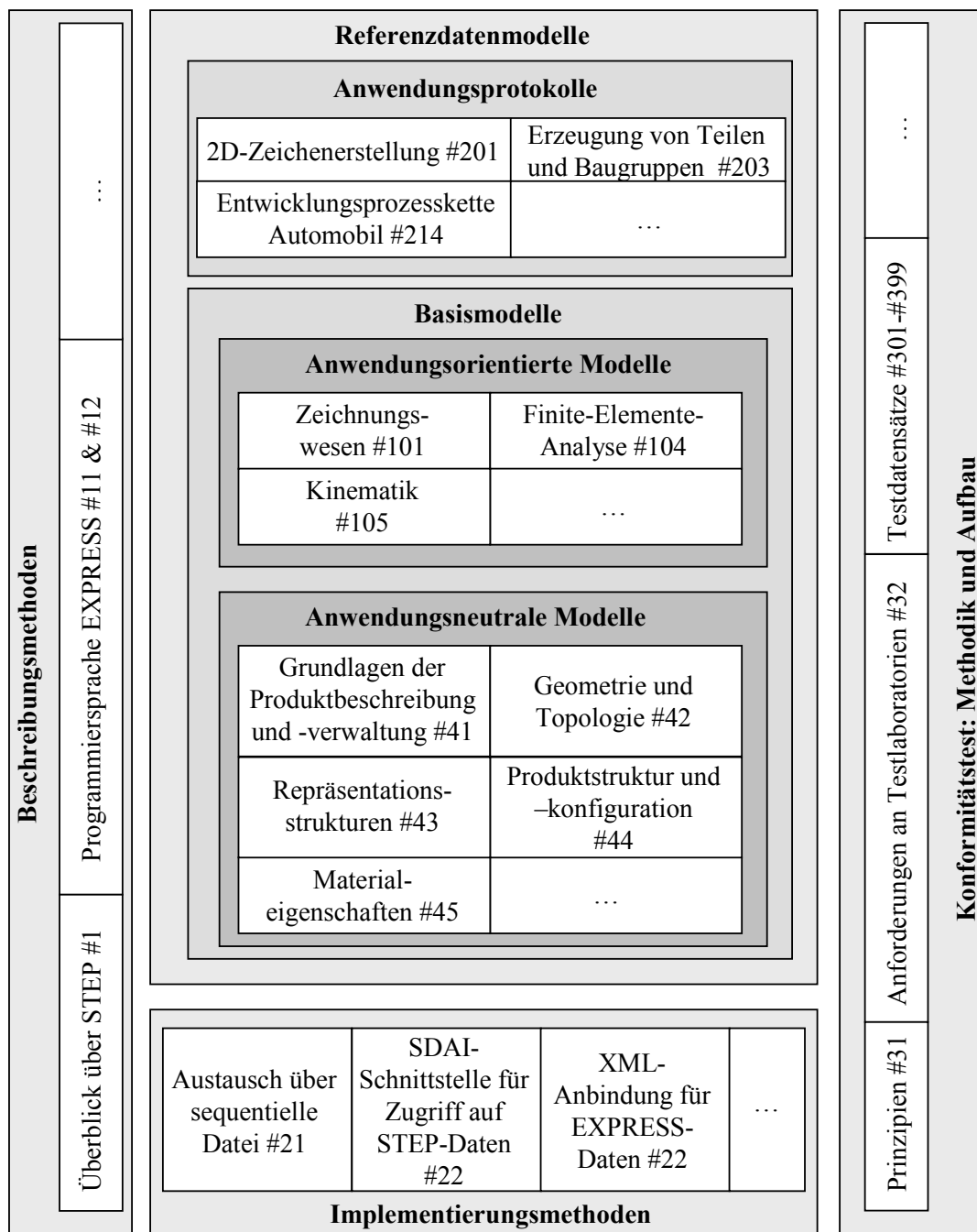


Bild 3.12: Bestandteile von STEP nach ISO 10303, (Dyla, 2002)

Die Austauschformate enthalten in der Regel zu der Geometriebeschreibung keine Objektnamen oder Verwaltungsbezeichnungen (z.B. für Kanten, Flächen und Körper), weshalb jedes Objekt vom Geometrieimportierenden Programm entsprechend seiner Datenverwaltungsstruktur eine programmspezifische interne Bezeichnung erhält und anschließend weiter verwendet werden kann. Durch die interne

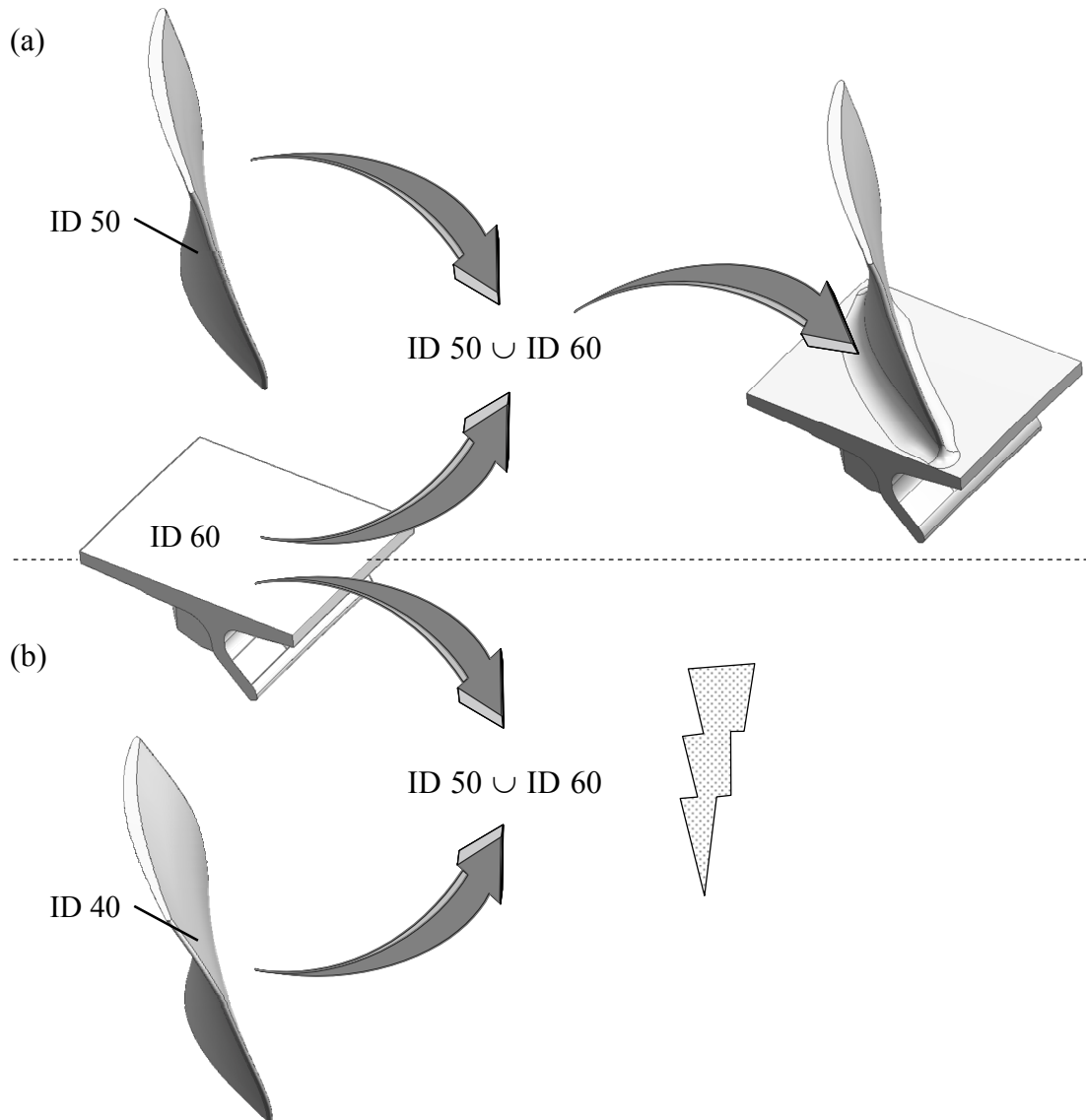


Bild 3.13: Ursprünglicher Aufbau einer Rotorschaukel aus Schaufelblatt und Schaufelfuß (a) und Fehlschlagen der logischen Verbindungen $ID50 \cup ID60$ bei Neuaufbau mit modifiziertem neu benannten Schaufelblatt ID40 (b)

Namensvergebung und -verwaltung in CAD-Systemen können alle geometrischen Objekte des importierten Modells referenziert und als Bezug für nachfolgende Operationen verwendet werden, zum Beispiel das Einfügen in eine Baugruppe oder konstruktive Änderungen. Problematisch wird es, wenn das importierte Modell ausgetauscht wird, falls es beispielsweise extern modifiziert wurde. Durch den Neuimport des Modells erhalten alle geometrischen Objekte neue interne Bezeichnungen, auch wenn sich deren Anzahl und/oder ihre geometrische Beschreibung nicht verändert hat und das alte Modell gelöscht wurde. Grund dafür ist

die Allokation von bereits verwendeten internen Bezeichnungen durch das vorhergehende aber bereits ausgetauschte Modell. Mit den neuen Bezeichnungen brechen alle bereits gesetzten logischen und geometrischen Verbindungen, entstanden durch konstruktive Operationen, auf, da die referenzierten Objekte (u. a. Linien, Flächen und Körper mit den ursprünglichen Bezeichnungen) nicht mehr vorhanden sind, Bild 3.13. Um diese Verbindung wieder herzustellen, muss der Anwender in der Regel interaktiv über eine grafische Oberfläche eingreifen und die Zuordnung manuell durchführen. Dies gilt besonders für Baugruppen, in denen importierte Einzelteile ausgetauscht werden müssen.

3.2 Neuer Ansatz des Datentransfers im Rahmen des Schaufelentwurfs

Im untersuchten industriellen Auslegungsprozess wird das Schaufelblatt nicht innerhalb des CAD-Systems, sondern extern mit dem aerodynamischen Auslegungsprogramm *Parablading* erzeugt. Um eine Schaufel durch Zusammenbau erzeugen zu können, wird das Schaufelblatt durch das universelle Austauschformat STEP in das CAD-System *Unigraphics* durch Import überführt und dort, nach einigen konstruktiven Veränderungen, mit dem Schaufelfuß vereinigt.

Beim Geometrietransfer des Schaufelblattes mit dem STEP-Austauschformat treten die in Kapitel 3.1.3 beschriebenen Nachteile auf, was einen automatisierten Austausch des Schaufelblattes in dieser Form unmöglich und somit einen ständigen interaktiven Eingriff des Anwenders notwendig macht. Eine Möglichkeit, diesen Anwendereingriff zu umgehen, besteht aus dem Aufzeichnen der Mausbewegungen und Mauszeigerpositionen während des Eingriffes mit Hilfe eines Makros innerhalb des CAD-Systems. Dieses Makro kann anschließend bei jedem Schaufelblatt austausch abgespielt werden und so den Austauschprozess automatisieren. Dieses Vorgehen ist jedoch nicht sehr robust, da es nicht immer möglich ist, durch Abspielen des Makros die gewünschten Linien und Flächen fehlerfrei auszuwählen. Die Schwierigkeit besteht darin, dass sich deren Lage im Raum verändern, hervorgerufen durch Modifikationen des Schaufelblattes, und damit nicht richtig erfasst bzw. selektiert werden kann. Für eine Automatisierung des Schaufelentwurfs im CAD-System ist diese Art und Weise des Schaufelblatttransfers ungeeignet. Stattdessen ist eine neue unkonventionelle Herangehensweise notwendig.

Die zugrunde liegende Idee des neu entwickelten Ansatzes ist, dass im CAD-System ein parametrisiertes Modell des Schaufelblattes existiert. Wird dieses mit einem im

gleichen CAD-System erzeugten parametrisierten Schaufelfuß vereinigt, entsteht ein parametrisiertes Vollmodell einer Schaufel. Damit kann jede mögliche Variante von Schaufelblättern, und damit einhergehend Gesamtschaukeln, erzeugt werden. Darauf aufbauend müssen Wege geschaffen oder gegebenenfalls bereits vorhandene Möglichkeiten genutzt werden, die Parameter der Modelle von außen ohne Anwendereingriff zu beeinflussen und so Schaufelblatt, Schaufelfuß bzw. die Gesamtschaukel zu modifizieren.

In der vorliegenden Arbeit wird in *Unigraphics* ein Schaufelblattmodell erzeugt, das auf einer Geometriebeschreibung basiert, welche mit der Geometriebeschreibung in *Parablading* fast identisch ist. Das bedeutet, das Schaufelblatt ist ebenso durch Profilschnitte aufgebaut und die Druck- und Saugseite der einzelnen Schnitte werden mit Hilfe von B-Splines erzeugt. Die Vorder- und Hinterkanten sind im Unterschied zu *Parablading* nicht durch Kreise oder Ellipsen, sondern ebenfalls durch B-Splines generiert. Der Unterschied ist jedoch klein, da Kreise und Ellipsen sehr gut durch B-Splines interpoliert werden können. Vorder- und Hinterkante, Druck- und Saugseite des Schaufelblattes entstehen jeweils durch einzelne B-Spline-Freiformflächen, welche die zugehörigen Bereiche der Profilschnitte bzw. die B-Splines beinhalten. Mit diesem parametrisierten Schaufelblatt wird eine Schaufel nach dem oben genannten Vorgehen erzeugt. Für Modifikationen des Schaufelblattes werden allein die Steuerpunkte der B-Splines für die Profilschnitte im Raum verschoben. Die Freiformflächen passen sich den veränderten B-Splines an, und das Schaufelblatt als Ganzes verändert seine Form, ebenso wie alle weiteren konstruktiven und logischen Verknüpfungen der Schaufel bezüglich des Schaufelblatts mit den anderen Objekten wie Schaufelfuß und Anschlussradius.

Jede Änderung des Geometriemodells wird in CAD-Systemen in der Regel mit Hilfe der Grafischen Oberfläche (GUI) vorgenommen. Da jede Modifikation in der GUI im Hintergrund durch Gleichungen und Regeln im CAD-Kern umgesetzt werden, besteht sowohl theoretisch als auch praktisch die Möglichkeit, Änderungen direkt im CAD-Kern vorzunehmen, wenn die dafür notwendigen Funktionen mit den benötigten Eingangsdaten zu Verfügung stehen und zur Anwendung kommen. Damit können Geometrieerzeugung und Geometrieänderungen automatisiert und von außen gesteuert ablaufen. Für den oben beschriebenen Zugriff von außen wird im Rahmen der vorliegenden Arbeit die Möglichkeit der wissensbasierten Konstruktion (englisch „Knowledge Based Engineering“ oder kurz „KBE“) von *Unigraphics* genutzt. Der Programmteil „Knowledge Fusion“ (oder kurz „KF“) beinhaltet die objektorientierte

Interpretersprache „Intent!“, mit welcher der CAD-Kern direkt angesprochen wird und dadurch ein bidirektionaler Wissens- und Datentransfer möglich ist. Mit „Intent!“ wird auf alle systemeigenen Klassen des CAD-Kerns zugegriffen, welche unter anderem alle Arten von Kurven, Flächen und Körpern erzeugen. Beispiele dafür sind die Klassen „ug_spline_cntl“, „ug_thru_curve“ und „ug_thru_curve_mesh“. Mit der Klasse „ug_spline_cntl“ können B-Splines erzeugt werden, basierend auf im dreidimensionalen Raum durch Koordinaten vorgegebenen Steuerpunkten, den Grad des B-Splines und den auf Eins normierten Knotenvektor. Mit diesen drei Vorgaben ist der B-Spline mathematisch exakt definiert. Freiformflächen, die sich mit Hilfe von vorgegeben B-Splines aufbauen (wie die Druck- und Saugseite des Schaufelblattes), sind mit den Klassen „ug_thru_curve“ oder „ug_thru_curve_mesh“ erzeugbar. Grundsätzlich können mit KF alle konstruktiven und logischen Operationen an den Kern übertragen werden, um neue geometrische Gebilde zu schaffen, bereits vorhandene zu verändern oder diese auf ihre geometrischen Eigenschaften (Volumen, Masse, Durchdringung, etc.) zu analysieren.

Da das Schaufelblatt durch Profilschnitte aufgebaut ist und diese durch eindeutig definierte B-Splines beschrieben werden, sind alle notwendigen Daten bekannt, um ein „Knowledge Fusion“-Skript zu erzeugen. Mit diesem kann das Schaufelblatt in den CAD-Kern von *Unigraphics* transferiert und dort modifiziert bzw. auf das parametrisierte Modell zugegriffen werden. Für die automatisierte Manipulation des Schaufelblattes in *Unigraphics* wird für den Schaufelblattgenerator *Parablading* eine Schnittstelle definiert und implementiert, die ein KF-Skript erzeugt und so eine direkte Schnittstelle in den CAD-Kern bietet. Zur Erzeugung des KF-Skriptes werden in *Parablading* die Steuerpunkte aller B-Splines, auch die mit Hilfe von B-Splines interpolierten Vorder- und Hinterkanten, aus dem zweidimensionalen $(m, r\theta)$ -Raum mittels Gleichung (2.4) in den dreidimensionalen kartesischen Raum transformiert. Das erstellte KF-Skript (*.dfa) enthält alle notwendigen Klassen von „Intent!“, um den CAD-Kern hinsichtlich der benötigten Operationen und Funktionen direkt anzusprechen. Durch die Verwendung des KF-Skriptes werden die internen Bezeichnungen der geometrischen Elemente nicht verändert, wodurch alle gesetzten logischen und geometrischen Verknüpfungen, z.B. zum Schaufelfuß mit Plattform, erhalten bleiben und sich an die neue Geometrie anpassen.

Zusätzlich zur Möglichkeit der Geometriebeeinflussung über KF bietet *Unigraphics* die Möglichkeit, auf Parameter wie Längen, Abstände und Radien direkt zuzugreifen, wonach sich im Anschluss daran alle darauf Bezug nehmenden Operationen und

geometrischen Objekte automatisch anpassen. Diese Parameter können durch eine Parameterdatei im ASCII-Format exportiert und importiert werden. Damit ist es ebenfalls möglich, die Parameterwerte extern zu ändern und die Datei anschließend in *Unigraphics* einzulesen, wodurch sich das CAD-Modell, wie beispielsweise der Anschlussradius in Bild 3.14, entsprechend anpasst. Diese Funktionalität wird verwendet, um den Anschlussradius automatisch zu modifizieren, indem zuerst die bereits beschriebene Parameterdatei durch ein weiteres Programm ausgelesen, die zum Anschlussradius entsprechenden Parameterwerte innerhalb der Datei verändert und anschließend die modifizierte Datei skriptgesteuert in *Unigraphics* eingeladen wird.

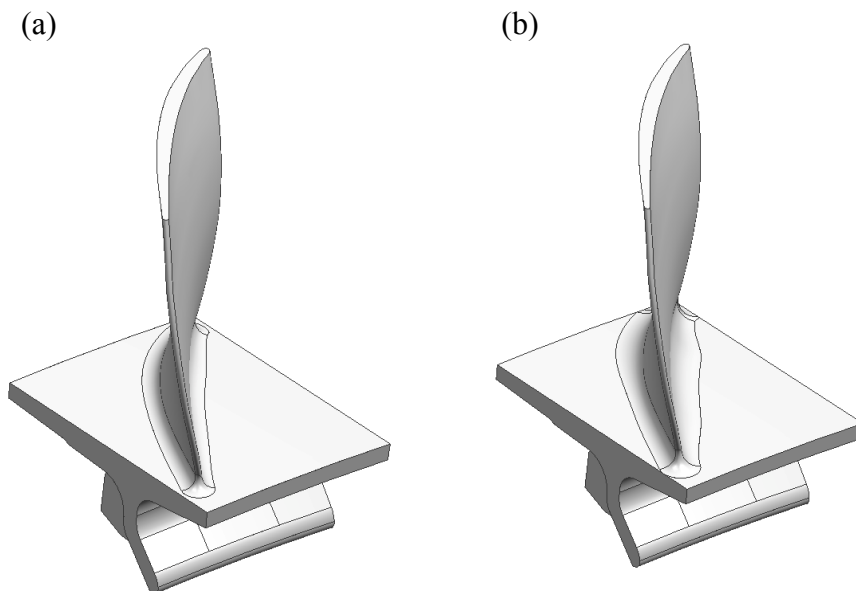


Bild 3.14: Variabler Anschlussradius vor (a) und nach (b) Vergrößerung der zugehörigen Radienwerte

Mit den vorgestellten neuen Herangehensweisen und bereitgestellten Schnittstellen ist das Problem des Anwendereingriffs gelöst. Ein automatischer Geometrietransfer, sowie eine automatische Geometriebeeinflussung sind aufgebaut und gewährleistet. Durch Anwendung der wissensbasierten Konstruktion ist es möglich, jede extern erzeugte Geometrie samt ihrer Parametrisierung in das CAD-System zu übertragen. Der Umweg über ein Austauschformat ist damit hinfällig. Der komplette Geometrieadaptationsprozess kann mit dem neuen Ansatz automatisiert vonstatten gehen. Innerhalb des untersuchten industriellen Auslegungsprozesses wird das

Programm *Parablading* um die vordefinierte Geometrieschnittstelle erweitert, mit der es möglich ist, das entstandene und/oder veränderte Schaufelblatt automatisch und ohne Datenverlust in das CAD-System *Unigraphics* zu transferieren. Hierfür wird zuerst in *Unigraphics* einmalig das parametrisierte Schaufelblattmodell mittels KF-Skript erzeugt. Im Anschluss daran kann das Modell immer wieder modifiziert werden. Dafür wird mit Hilfe eines Steuerskriptes *Unigraphics* automatisch gestartet und das Modell geöffnet, anschließend das von *Parablading* erzeugte KF-Skript eingelesen, das CAD-Modell angepasst, abgespeichert und *Unigraphics* wieder geschlossen. Zusätzlich kann die Größe des Anschlussradius von außen verändert und ebenso skriptgesteuert in das CAD-Modell übertragen werden. In Bild 3.15 ist der oben beschriebene Datentransfer beispielhaft abgebildet. Zwei in *Parablading* erzeugte bzw. modifizierte Schaufelblätter werden mit Hilfe des KF-Skriptes nach *Unigraphics* übertragen, wobei sich der Anschlussradius automatisch an die veränderte Geometrie anpasst.

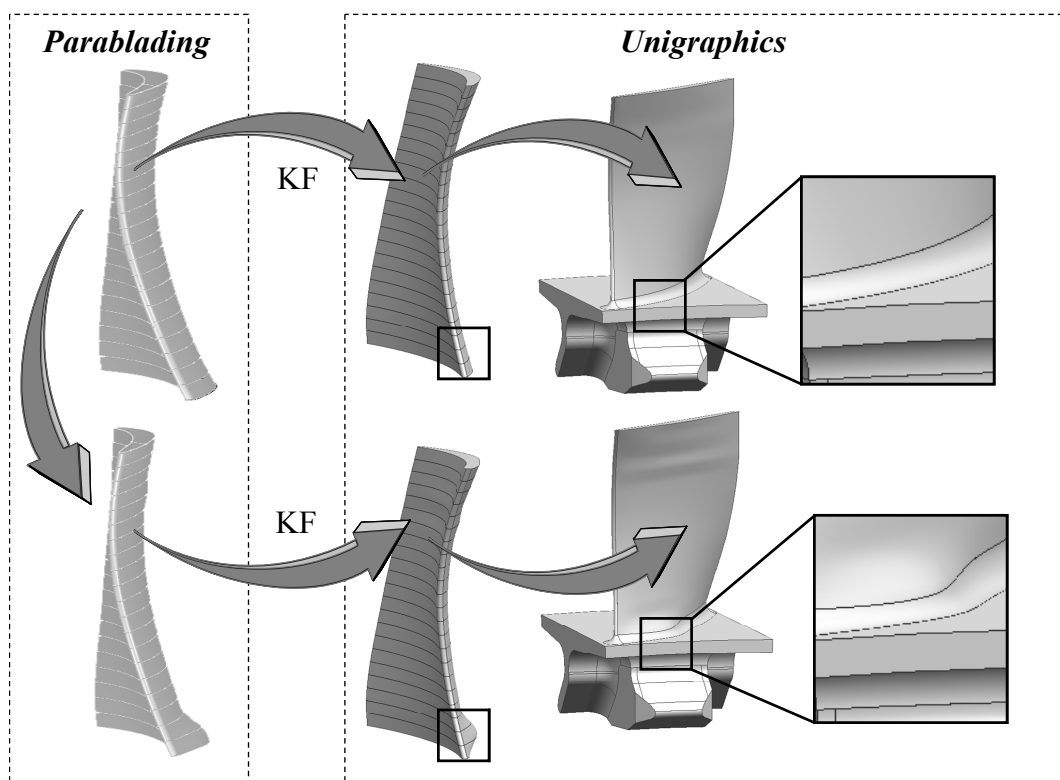


Bild 3.15: Transfer von verschiedenen Schaufelblättern und automatische Anpassung des Anschlussradius bei der Vereinigung mit dem Schaufelfuß

4 Strukturmechanische Analyse mittels FEM

Nachdem das Schaufelblatt aerodynamisch ausgelegt und anschließend ein Modell der Gesamtschaukel im CAD-System erzeugt ist, muss diese hinsichtlich ihrer Lebensdauer, ihrer Schwingungseigenschaften und auf lokale Spannungswerte hin untersucht werden. Dies ist notwendig, um abzusichern, dass die Schaufel aufgrund hoher Schwingungsamplituden, hervorgerufen durch Resonanzen und daraus resultierenden Spannungen im Flugbetrieb, nicht versagt. Zusätzlich dienen die Analysemodelle dazu, schnelle Aussagen über eine Restlebensdauer bzw. Weiterverwendung machen zu können, falls die Schaufel im Flugbetrieb oder während der Wartung und bei zugehörigen Tests beschädigt wurde.

Für die Analyse wird die Finite Elemente Methode (FEM) angewendet. Erste Grundlagen für die FEM legten Karl Schellbach und Walter Ritz mit ihren Arbeiten über die Variationsrechnung und neuen Methoden zur Lösung von Variationsproblemen. Ray W. Clough verwendete 1960 zum ersten Mal den Begriff „Finite Elemente“. Seit dieser Zeit wurde die FEM wissenschaftlich durchdrungen und in der Industrie angewendet. Nachdem Rechenmaschinen im großen Stil industriell eingesetzt wurden, bekam die FEM zunehmend größeres Gewicht bei der numerischen Simulation des Verhaltens von Objekten auf äußere Belastungen.

Das Vorgehen für eine numerische Analyse von mechanischen Systemen oder Geometrien kann im Allgemeinen in vier nacheinander ablaufende Schritte unterteilt werden:

- 1) Diskretisierung durch Vernetzung,
- 2) Definieren von Randbedingungen und Aufbringen von Lasten,
- 3) Berechnung der Antwort auf eine Anregung und
- 4) Auswertung der Berechnungsergebnisse.

Um eine strukturmechanische Analyse mittels FEM durchführen zu können, muss die zu untersuchende Geometrie in dem FE-System erzeugt oder dorthin überführt werden, wobei der Datentransfer entweder über ein natives CAD-Format oder mit Hilfe eines Datenaustauschformats wie IGES oder STEP geschieht. Anschließend wird das Modell durch kleine geometrische (finite) Elemente, beschrieben durch Knoten (Stützstellen) und deren Verbindungen, diskretisiert bzw. vernetzt. Nach der

Netzgenerierung werden die Belastungen und Randbedingungen definiert und die entstandenen Gleichungen gelöst, d.h. die Antwort der Geometrie auf die Belastung bzw. Anregung ermittelt. Den Abschluss bildet die Auswertung der Ergebnisse hinsichtlich Eigenfrequenzen, Spannungen und Verschiebungen. Bei Rotorscheufeln geschieht dies unter anderem mit Hilfe des CAMPBELL-Diagramms zur Bestimmung von Resonanzzuständen und des GOODMAN-Diagramms für Aussagen bezüglich der Lebensdauer bei dynamischer Belastung.

Für einen durchgängigen, automatisch ablaufenden Schaufelentwurf muss die strukturmechanische Analyse ebenfalls automatisch und ohne Eingriff des Anwenders vonstatten gehen. Voraussetzungen dafür sind, dass jeweils automatisch ein ausreichend gutes Netz erzeugt sowie die Belastungen und Randbedingungen an den richtigen Stellen aufgebracht werden. Dies kann bei FE-Systemen, die hauptsächlich über eine grafische Benutzeroberfläche bedient werden, zu Problemen führen, wenn es keine Möglichkeiten gibt, die zuvor genannten Voraussetzungen für eine automatisierte Analyse sicherzustellen.

4.1 Geometrieimport und Idealisierung durch Vernetzung

Komplexe Bauteile, wie eine Rotorscheufel, werden in der Regel in einem CAD-System erzeugt und anschließend in das FE-System direkt oder mit Hilfe von Austauschformaten überführt. In dem FE-System bekommen geometrischen Objekte wie Kanten, Flächen und Volumenkörper analog zum CAD-System interne Bezeichnungen, mit Hilfe derer sie verwaltet werden. Mit diesen Bezeichnungen, die sich häufig von denen des CAD-Systems unterscheiden, können die entsprechenden Objekte direkt angesprochen werden, was für das automatische Aufbringen von Belastungen und Randbedingungen unabdingbar ist. Diese Randbedingungen beziehen sich entweder auf die geometrischen Objekte oder auf Netzelemente bzw. ihre Elementknoten, welche die geometrischen Objekte diskretisieren. Problematisch wird es, wenn die internen Bezeichnungen von Kanten, Flächen und Körpern sich gegenseitig bedingen, was eine automatisierte, eindeutige Identifizierung erschwert und im Folgenden beschrieben wird.

4.1.1 Automatischer Geometrieimport: Probleme und Anforderungen

Bei der verwendeten Version des zunächst eingesetzten FE-Systems trat die bereits genannte Problematik auf. Die darin automatisch vorgenommene Benennung der geometrischen Objekte baut auf die eingelesenen einzelnen Objekte auf. Kanten und Flächen werden durchnummeriert und durch die Buchstaben „E“ für das angelsächsische Wort „Edge“ und „F“ für „Face“ unterschieden. Umranden beispielsweise vier Kanten eine Fläche, Bild 4.1 a, so bekommen die vier Kanten die Bezeichnungen „E1“, „E2“, „E3“, „E4“ und die eingeschlossene Fläche als fünftes Objekt die Bezeichnung „F5“. Ändert sich bei der Modifizierung des Geometriemodells im Rahmen einer Optimierung die Anzahl der Kanten, zum Beispiel wegen der Segmentierung einer Kante, um die benötigte Krümmung darstellen zu können, so ändert sich ebenso die Benennung der geometrischen Objekte im FE-System, sobald das geänderte Modell transferiert wird. Erhöht sich nun die Anzahl der Kanten, so dass nun sechs anstatt vier Kanten eine Fläche umschließen, so bekommen die Kanten die Bezeichnungen „E1“, „E2“, „E3“, „E4“, „E5“ sowie „E6“, und die von den Kanten eingeschlossene Fläche die Bezeichnung „F7“, Bild 4.1 b.

Bei einer manuellen Aufbringung der Belastungen und Randbedingungen ist der eben beschriebene Umstand unproblematisch, da der Anwender visuell entscheidet, wo welche Bedingungen gesetzt werden, unabhängig von der internen Verwaltung von

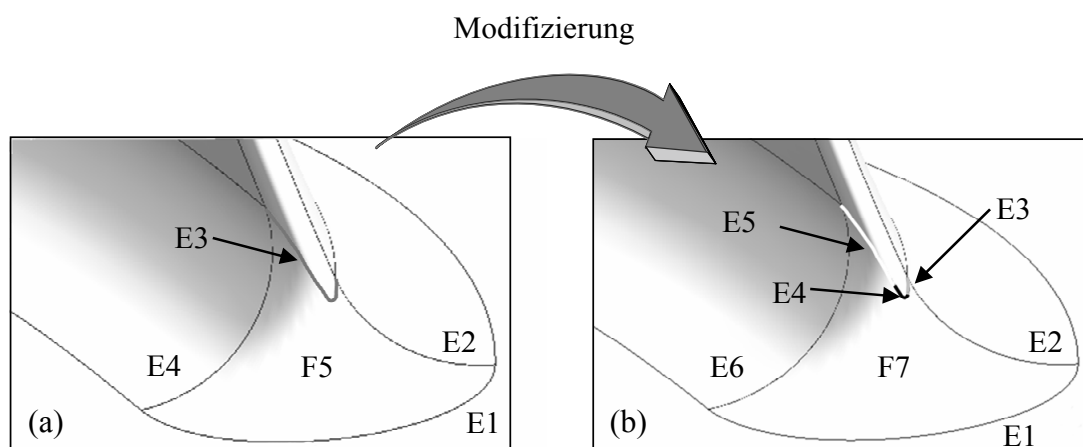


Bild 4.1: Änderung der internen Bezeichnungen von Kanten und Flächen vor (a) und nach (b) einer Modifikation

Kanten- und Flächenbezeichnungen. Für eine automatische FE-Analyse ist es jedoch notwendig, dass sich die Bezeichnungen nicht verändern, da die Belastungen und Randbedingungen den Kanten und Flächen, identifiziert durch ihre Bezeichnung, zum Beispiel bei der Initialisierung einer Optimierung, einmalig zugeordnet sind. Ändern sich deren Bezeichnungen, so werden beim automatischen Ablauf die Belastungen und Randbedingungen entweder gar nicht oder an falschen Positionen aufgebracht, was zu falschen Simulationsergebnissen führt.

Das Problem der internen Bezeichnungen kann umgangen werden, wenn die geometrischen Objekte im CAD-System mit unveränderlichem Namen markiert werden können (das so genannte „Tagging“). Beim Modelltransfer via Austauschformat müssen dementsprechend zwei Bedingungen erfüllt sein. Erstens sollte die Geometrietransferdatei die vergebenen Namen enthalten. Zweitens muss der Konverter, der die Geometrie aus der Transferdatei in das Geometrieformat des FE-Systems überführt, mit den gespeicherten Namen umgehen können, so dass eine eindeutige Zuordnung zwischen den Namen der geometrischen Objekte und deren internen Bezeichnungen im FE-System möglich ist.

Bei dem eingesetzten CAD-System *Unigraphics*, welches Bestandteil des untersuchten industriellen Auslegungsprozesses ist, können Namen vergeben werden, die in den Transferdateien der Austauschformate IGES und STEP enthalten sind und dadurch wieder erkannt werden können. Diese Funktionalität konnte mit der eingesetzten Version des zuerst verwendeten FE-Systems jedoch nicht genutzt werden, da es nicht möglich war, die vergebenen Namen mit den internen Bezeichnungen in Beziehung zu setzen. Eine eindeutige Identifizierung und Zuordnung von Bezeichnungen der Kanten und Flächen konnte so nicht durchgeführt werden.

Dadurch, dass es im CAD-Modell bei Modifikationen zu Änderungen der Kantenanzahl zwischen Schaufelblatt und Plattform kam, z.B. bei der Vergrößerung des Anschlussradius, und damit das Zuordnungsproblem bei der automatischen FE-Analyse immer wieder auftrat, wurde das zuerst verwendete FE-System durch das kommerzielle FE-System *ANSYS* von der Firma Ansys Inc. ersetzt. *ANSYS* bietet eine Reihe von Schnittstellen, u. a. zu allen gängigen CAD-Systemen, so dass deren native CAD-Formate direkt eingelesen werden können. Des Weiteren hat es mit APDL (Ansys Parametric Design Language) eine eigene Skriptsprache, die zur Eingabe und Automatisierung verwendet werden kann. Bei der Verwaltung der geometrischen

Objekte zählt *ANSYS* Eckpunkte, Kanten, Flächen und Volumina jeweils gesondert durch. Auch können die im CAD-Modell an geometrische Objekte vergebenen Namen eindeutig den entsprechenden internen Bezeichnungen zugeordnet werden.

Ein anderes Problem ist aber derzeit auch mit den Schnittstellen von *ANSYS* nicht gelöst. Spaltet sich eine Fläche im CAD-System unvorhergesehen in einzelne Flächensegmente, zum Beispiel während einer Optimierung, auf, Bild 4.2, so kann es

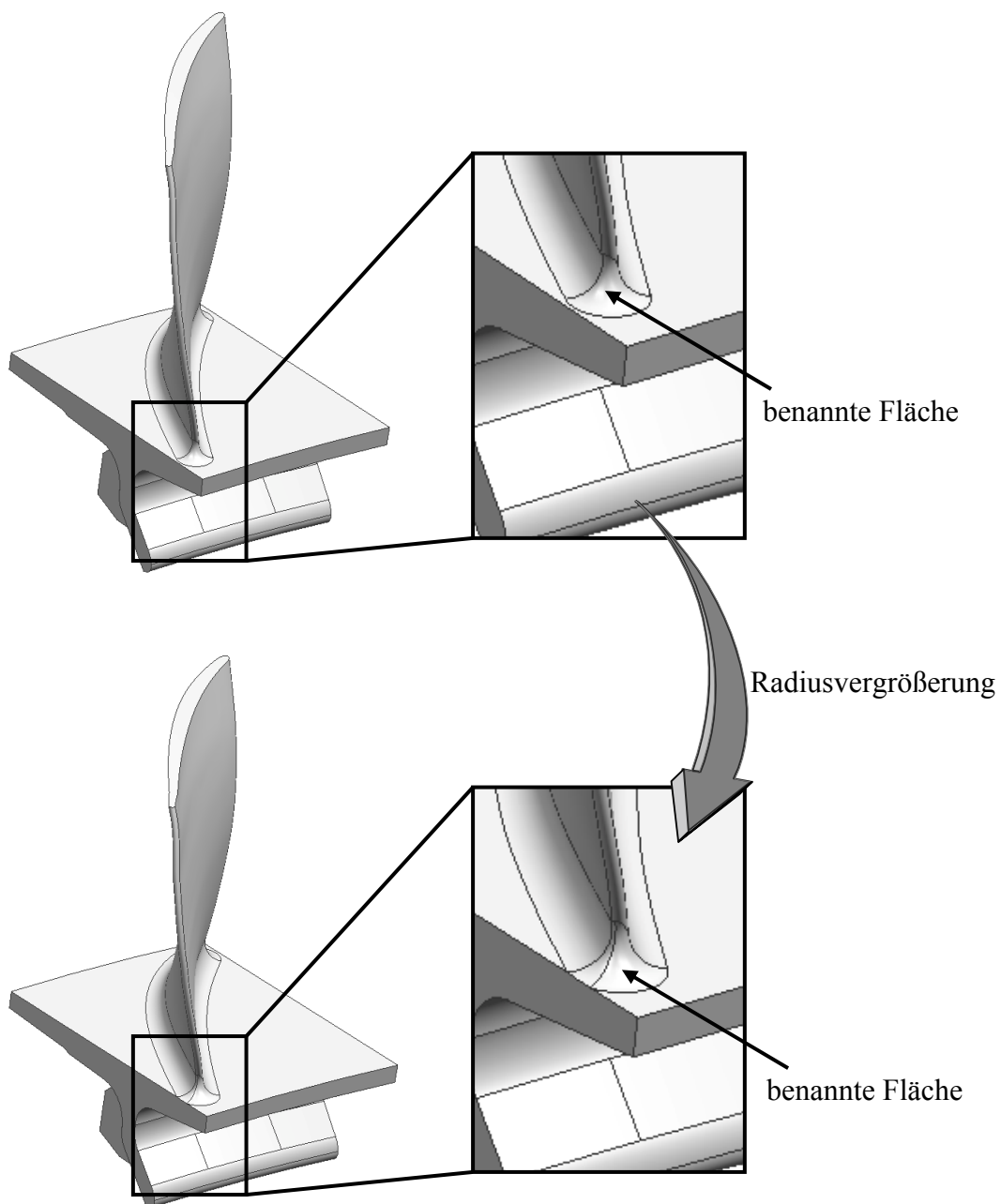


Bild 4.2: Flächensegmentierung durch Radiusvergrößerung

passieren, dass nach der Vernetzung die Belastungen und Randbedingungen nur auf einem der Flächensegmente automatisch aufgebracht werden, während die ebenfalls aus der Ursprungsfläche entstandenen, verbliebenen Segmente fälschlicherweise belastungsfrei bleiben. Bild 4.2 zeigt an einem Beispiel, wie durch Vergrößerung des Anschlussradius sich eine Fläche in Flächensegmente aufteilen kann, um die geforderte Krümmung zu schaffen. Solche Situationen sollten deshalb vermieden werden.

4.1.2 Diskretisierung von geometrischen Modellen

Nachdem die Geometrie in das FE-System überführt ist, wird es mit Finiten Elementen vernetzt. Dafür stehen ein-, zwei- und dreidimensionale Elemente zur Verfügung. Weiterhin ist eine Unterscheidung in Struktur- und Kontinuums-elemente möglich. Strukturelemente bilden die Struktur eines Objektes nach, die nicht grundsätzlich der realen Geometrie des Objektes entsprechen muss. Sie nutzen für die innere Verschiebung verschiedene Vereinfachungen oder Annahmen, wodurch sie die Anzahl der Knotenfreiheitsgrade reduzieren, aber meist nur für bestimmte Lastfälle einsetzbar sind. Durch den Einsatz von Strukturelementen wird die Rechenzeit im Verhältnis zu den Kontinuums-elementen stark reduziert. Jedoch muss darauf geachtet werden, dass die gewählten Elemente dem Analyseproblem und den zugehörigen Randbedingungen gerecht werden. Typische Strukturelemente sind Stab-, Balken-, Scheiben- (bzw. Membran-), Platten- und Schalenelemente, die in Tabelle 1 näher beschrieben sind.

Kontinuums-elemente sind für alle Belastungsfälle geeignet. In ihnen werden alle Verschiebungen im Inneren durch Interpolation der Knotenverschiebungen berechnet, wobei die Berechnungsdauer direkt von der Anzahl der Elementknoten abhängt. Typische dreidimensionale Kontinuums-elemente, Bild 4.3, sind Tetraederelemente (so genannte Vierflächenelemente) und Hexaederelemente. Innerhalb der Kontinuums-elemente gibt es auch zweidimensionale Elemente, die speziell eingesetzt werden, wenn ebene Dehnungs- oder Spannungszustände vorliegen.

Die bis jetzt aufgezeigten finiten Kontinuums-elemente haben eine Idealform, d.h. in viereckigen Elementen sind alle inneren Winkel rechtwinklig oder bei den Dreiecks-/Tetraederelementen sind alle Seiten gleich lang. Diese Idealform bleibt in der Praxis aber selten erhalten, da sich die Elemente entweder beim Vernetzen eines komplexen Bauteils oder während der Simulation aufgrund von großen Deformationen verzerren.

Element	Beschreibung
Stabelement	<ul style="list-style-type: none"> • eindimensionales Element • Querschnittsabmessungen im Vergleich zur Länge sehr klein • Geometrie der Querschnittsfläche nicht berücksichtigt, sondern nur der Wert der Querschnittsfläche an sich • Kraftaufnahme nur längs zur Mittellinie (kein Auftreten von Biegespannungen oder Schubspannungen)
Balkenelement	<ul style="list-style-type: none"> • eindimensionales Element • Querschnittsflächengeometrie durch jeweiliges Flächenträgheitsmoment berücksichtigt • Kraftaufnahme längs und quer zur Mittellinie möglich • Balken als Biegebalken kann schubstarr (Bernoulli-Balken) oder schubweich (Timoshenko-Balken) sein
Scheibenelement (entspricht 2D-Verallg. des Stabes)	<ul style="list-style-type: none"> • zweidimensionales Element • Dicke des Elementes viel kleiner als Längsabmaße • Kraftaufnahme tangential zur Mittelfläche möglich, ebener Spannungs- und Verzerrungszustand
Plattenelement (entspricht 2D-Verallg. des Balkens)	<ul style="list-style-type: none"> • zweidimensionales Element • Dicke des Elementes viel kleiner als Längsabmaße • Kraftaufnahme nur quer zur Mittelfläche • Plattenelement kann schubstarr (Kirchhoff-Platte) oder schubweich (Reissner-Mindlin) sein
Schalenelement	<ul style="list-style-type: none"> • zweidimensionales Element • Dicke des Elementes viel kleiner als Längsabmaße • vereinigt Belastungsfälle von Scheiben- und Plattenelement

Tabelle 1: Übersicht über typische Strukturelemente

Zweidimensionale Elemente



Dreidimensionale Elemente



Bild 4.3: Finite Elementtypen ohne und mit zusätzlichen Knoten, (Stojek et al., 1998)

Je verzerrter die Elemente sind, desto größer ist der Unterschied zwischen den Ergebnissen der FE-Simulation und den analytisch exakten Lösungen, da Dehnungen und Spannungen der Elemente nur an bestimmten Punkten (GAUSSsche Punkte) im Element berechnet und anschließend bilinear zu den Elementknoten interpoliert werden. Diese GAUSSschen Punkte sind für ideal geformte Elemente festgelegt, bei verzerrten Elementen müssten die Punkte neu positioniert werden, was normalerweise nicht geschieht, (Stojek et al., 1998). Um Simulationen mit extrem verzerrten Elementen und damit einhergehenden fehlerbehafteten Berechnungsergebnissen zu vermeiden, werden in der Regel beim Vernetzen alle Elemente hinsichtlich der charakteristischen Elementgrößen wie

- größter/kleinsten im Element auftretender Winkel,
- Verhältnis von längster zu kürzester Elementseite

überprüft, Bild 4.4, und der Vernetzungsvorgang abgebrochen, falls ein zulässiger Wert über- oder unterschritten wird. Dieser Kontrollmechanismus ist in den meisten automatischen Vernetzungsalgorithmen implementiert, so dass der Anwender die Kontrolle nicht von Hand vorzunehmen braucht.

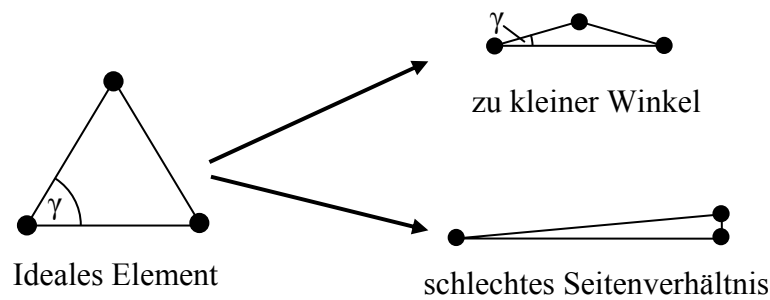


Bild 4.4: Ideales Dreieckselement und mögliche Verzerrungszustände

Für die automatisierte FE-Analyse des Schaufelblattes mit *ANSYS* wird als Netzgenerierer der implementierte Vernetzungsalgorithmus TetMesh-GHS3D verwendet. TetMesh-GHS3D wurde von P.-L. George, F. Hecht und E. Sattel aus Frankreich entwickelt und erzeugt ein Netz aus dreidimensionalen Tetraederelementen mit je 10 Knoten (4 Knoten an den Ecken des Elements sowie 6 Mittelknoten). Dem Netzgenerierer wird als wichtigste Information die maximal zu verwendende Seitenlänge der Elemente mitgeteilt. Zusätzlich wird festgelegt, ob sich die Mittelknoten der am Rand der Geometrie liegenden Volumenelemente der Krümmung der angrenzenden Linie oder der Fläche anpassen sollen. Mit den genannten Einstellungen wird automatisch ein Netz erzeugt und solange angepasst, bis es den Vorgaben und Konventionen entspricht. Der TetMesh-GHS3D erweist sich als sehr robust in Bezug auf das Vernetzen von schwierigen Geometrien bzw. Geometrien mit kleinen Spalten oder Überschneidungen von Flächen. Er ist daher gut geeignet, um Schaufelblätter zu vernetzen, da es häufig im Bereich des Anschlussradius zu geometrischen Problemen, wie kleinen Spalten, kommen kann.

4.2 Theorie der Finiten Elemente

Bei der statischen FE-Berechnung wird der Gleichgewichtszustand zwischen äußeren und inneren Zuständen (zum Beispiel Spannungen) gesucht. Verformt sich das durch ein Netz diskretisierte Bauteil aufgrund von verschiedenen äußeren Lasten, verschieben sich die Knoten des Netzes aus ihrer Ausgangsposition (Referenzlage) in eine neue Position (Momentanlage), wobei der Bereich zwischen den Knoten durch Interpolation mit Hilfe von Ansatzfunktionen nachgebildet wird. Die Diskretisierung des Bauteils nähert dessen Geometrie und sein daraus resultierendes Verhalten bei äußeren Lasten nur an. Der Unterschied zwischen realem und nachgebildetem

Verhalten wird jedoch umso kleiner, je feiner das Netz ist, d.h. je mehr finite Elemente verwendet werden. Die FE-Berechnung beruht auf der Verschiebungsmethode bzw. dem Prinzip der virtuellen Verschiebung. Nachfolgend werden für die FEM grundlegenden Gleichungen, unter anderem mit Hilfe des Prinzips der virtuellen Verrückung, hergeleitet und wichtige Beziehungen sowie Einflussfaktoren näher erläutert.

4.2.1 Grundlegende Systemgleichungen (lineare Theorie)

Ausgangspunkt ist ein beliebiger dreidimensionaler Körper, welcher im Gleichgewicht ist, sich in einem stationären, globalen (x, y, z) -Koordinatensystem befindet und an dem äußere Lasten wirken. Diese Lasten können Einzelkräfte mit jeweils einzelnen Kraftangriffspunkten \mathbf{f}_C^i , Oberflächenkräfte \mathbf{f}^A und Volumenkkräfte \mathbf{f}^V sein. Sie haben im Allgemeinen drei Komponenten entsprechend der Koordinatenachsen. Der Verschiebungsvektor $\mathbf{u}^i(x, y, z) = [u \ v \ w]^T$ beinhaltet die Verschiebungen einzelner Punkte des Körpers aus denen die in Dehnungen ε und Gleitungen γ aufspaltbaren Verzerrungen

$$\boldsymbol{\varepsilon} = [\varepsilon_{xx} \ \varepsilon_{yy} \ \varepsilon_{zz} \ \gamma_{xy} \ \gamma_{yz} \ \gamma_{xz}]^T \quad (4.1)$$

durch die Differenzialbeziehungen

$$\begin{aligned} \varepsilon_{xx} &= \frac{\partial u}{\partial x}, \quad \varepsilon_{yy} = \frac{\partial v}{\partial y}, \quad \varepsilon_{zz} = \frac{\partial w}{\partial z} \\ \gamma_{xy} &= \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}, \quad \gamma_{yz} = \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y}, \quad \gamma_{xz} = \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \end{aligned} \quad (4.2)$$

bestimmt werden. Den Verzerrungen $\boldsymbol{\varepsilon}$ entsprechen die Spannungen

$$\boldsymbol{\sigma} = [\sigma_{xx} \ \sigma_{yy} \ \sigma_{zz} \ \tau_{xy} \ \tau_{yz} \ \tau_{xz}]^T \quad (4.3)$$

bestehend aus Normalspannungen σ und Schubspannungen τ . Für linear-elastische Materialien gilt das Spannungs-Verzerrungs-Gesetz

$$\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{C}\boldsymbol{\varepsilon} + \boldsymbol{\sigma}^I \quad (4.4)$$

mit der Materialmatrix \mathbf{C} und dem Vektor der Vorspannungen $\boldsymbol{\sigma}^I$, (Bathe, 2002). Ziel ist es, bei gegebener Geometrie, bekannten äußeren Belastungen und mit den

folgenden Annahmen für die Verschiebungen \mathbf{u} die zugehörigen Verzerrungen $\boldsymbol{\varepsilon}$ und Spannungen $\boldsymbol{\sigma}$ zu ermitteln. Dafür kommt das Prinzip der virtuellen Arbeit zur Anwendung, welches besagt, dass für einen Körper im Gleichgewicht die gesamte innere virtuelle Arbeit gleich der gesamten äußeren virtuellen Arbeit ist, d.h.

$$\underbrace{\int_V \bar{\boldsymbol{\varepsilon}}^T \boldsymbol{\sigma} dV}_{\text{Innere virtuelle Arbeit}} = \underbrace{\int_V \bar{\mathbf{u}}^T \mathbf{f}^V dV + \int_A \bar{\mathbf{u}}^A T \mathbf{f}^A dA + \sum_i \bar{\mathbf{u}}^i T \mathbf{f}_C^i}_{\text{Äußere virtuelle Arbeit}} \quad (4.5)$$

mit den durch einen Querstrich gekennzeichneten virtuellen Verschiebungen $\bar{\mathbf{u}}$ und den zugehörigen Verzerrungen $\bar{\boldsymbol{\varepsilon}}$. Wird das Prinzip von allen virtuellen Verschiebungen und den mit allen wirkenden Lasten im Gleichgewicht stehenden, als bekannt angenommenen Spannungen befriedigt, werden die grundlegenden Forderungen der Mechanik erfüllt:

- Erfüllung des Gleichgewichtes und
- Erfüllung des Spannungs-Verzerrungs-Gesetzes, da die Spannungen $\boldsymbol{\sigma}$ aus den Verzerrungen $\boldsymbol{\varepsilon}$ und diese aus den Verschiebungen \mathbf{u} abgeleitet sind.

Um die Gleichungen für die FE-Berechnungen herzuleiten, wird der oben beschriebene geometrische Körper durch finite Elemente diskretisiert, die in den Elementknoten miteinander verbunden sind. Die Verschiebungen innerhalb eines Elementes bzgl. eines lokalen (x', y', z') – Koordinatensystems sind eine Funktion der Verschiebungen aller Elementknoten $i = 1(1)n$. Deshalb gilt für ein Element m

$$\mathbf{u}^{(m)}(x', y', z') = \mathbf{H}^{(m)}(x', y', z') \mathbf{u} \quad (4.6)$$

mit der Interpolationsmatrix $\mathbf{H}^{(m)}$ für die Verschiebungen des Elementes m und dem Vektor

$$\mathbf{u} = [\mathbf{u}^{(1)}, \mathbf{u}^{(2)}, \dots, \mathbf{u}^{(m)}, \dots, \mathbf{u}^{(n)}]^T, \quad (4.7)$$

der die globalen Verschiebungen aller Knotenpunkte, und damit unabhängig vom betrachteten Element, enthält. Die Verschiebungen und Verzerrungen des m -ten Elementes hängen von den Verschiebungen der Knoten dieses Elementes ab, (Bathe, 2002). Basierend auf (4.6) kann die zugehörige Elementverzerrung berechnet werden

$$\boldsymbol{\varepsilon}^{(m)}(x', y', z') = \mathbf{B}^{(m)}(x', y', z') \mathbf{u}, \quad (4.8)$$

wobei $\mathbf{B}^{(m)}$ die Verzerrungs-Verschiebungsmatrix ist. Die Spannungen des m -ten Elementes ergeben sich aus dem Spannungs-Verzerrungs-Gesetz nach (4.4):

$$\boldsymbol{\sigma}^{(m)} = \mathbf{C}^{(m)} \boldsymbol{\varepsilon}^{(m)} + \boldsymbol{\sigma}^{I(m)}. \quad (4.9)$$

Darin ist $\mathbf{C}^{(m)}$ die Materialmatrix des m -ten Elementes. Sie kann jedes Material beschreiben und von Element zu Element unterschiedlich sein.

Das in (4.5) formulierte Prinzip der virtuellen Arbeit lässt sich nun für eine Gruppe von finiten Elementen bzgl. der Knotenverschiebungen aufstellen

$$\begin{aligned} \sum_m \int_{V^{(m)}} \bar{\boldsymbol{\varepsilon}}^{(m)T} \boldsymbol{\sigma}^{(m)} dV^{(m)} &= \sum_m \int_{V^{(m)}} \bar{\mathbf{u}}^{(m)T} \mathbf{f}^{V(m)} dV^{(m)} \\ &+ \sum_m \int_{A^{(m)}} \bar{\mathbf{u}}^{A(m)T} \mathbf{f}^{A(m)} dA^{(m)} + \sum_i \bar{\mathbf{u}}^i{}^T \mathbf{f}_C^i. \end{aligned} \quad (4.10)$$

Werden in (4.6) und (4.8) die virtuellen Verschiebungen und Verzerrungen verwendet, anschließend in (4.10) eingesetzt und umgestellt, entsteht

$$\begin{aligned} \bar{\mathbf{u}}^T \left[\sum_m \int_{V^{(m)}} \mathbf{B}^{(m)T} \mathbf{C}^{(m)} \mathbf{B}^{(m)} dV^{(m)} \right] \bar{\mathbf{u}} &= \bar{\mathbf{u}}^T \left[\left\{ \sum_m \int_{V^{(m)}} \mathbf{H}^{(m)T} \mathbf{f}^{V(m)} dV^{(m)} \right\} \right. \\ &\left. + \sum_m \int_{A^{(m)}} \mathbf{H}^{A(m)T} \mathbf{f}^{A(m)} dA^{(m)} - \sum_m \int_{V^{(m)}} \mathbf{B}^{(m)T} \boldsymbol{\sigma}^{I(m)} dV^{(m)} + \sum_i \mathbf{H}^{i(m)T} \mathbf{f}_C^i \right]. \end{aligned} \quad (4.11)$$

Aus (4.11) können nach Bathe (2002) die Gleichgewichtsbeziehungen der Elementgruppierungen bezüglich der Knotenverschiebungen

$$\mathbf{K} \mathbf{u} = \mathbf{f} \quad (4.12)$$

abgeleitet werden. Dabei ist \mathbf{K} die Steifigkeitsmatrix

$$\mathbf{K} = \sum_m \underbrace{\int_{V^{(m)}} \mathbf{B}^{(m)T} \mathbf{C}^{(m)} \mathbf{B}^{(m)} dV^{(m)}}_{= \mathbf{K}^{(m)}} \quad (4.13)$$

und \mathbf{f} der Lastvektor

$$\mathbf{f} = \mathbf{f}_V + \mathbf{f}_A - \mathbf{f}^I + \mathbf{f}_C, \quad (4.14)$$

der sich aus den Element-Volumenkräften

$$\mathbf{f}_V = \sum_m \underbrace{\int_{V^{(m)}} \mathbf{H}^{(m)T} \mathbf{f}^{V(m)} dV^{(m)}}_{= \mathbf{f}_V^{(m)}}, \quad (4.15)$$

Element-Oberflächenkräften

$$\mathbf{f}_A = \sum_m \underbrace{\int_{A^{(m)}} \mathbf{H}^{(m)T} \mathbf{f}^{A(m)} dA^{(m)}}_{= \mathbf{f}_A^{(m)}}, \quad (4.16)$$

den Element-Vorspannungen

$$\mathbf{f}_I = \sum_m \underbrace{\int_{V^{(m)}} \mathbf{B}^{(m)T} \boldsymbol{\sigma}^{I(m)} dV^{(m)}}_{= \mathbf{f}_I^{(m)}}, \quad (4.17)$$

und den Knoteneinzellasten $\mathbf{f}_C = \sum \mathbf{H}^{i(m)T} \mathbf{f}_C^i$ zusammensetzt. Die Beziehung (4.12) spiegelt das statische Gleichgewicht der Elementgruppierung wider.

Die Finite-Elemente-Lösung erfüllt unabhängig von Anzahl und Typ der Elemente zwei Eigenschaften

- Knotengleichgewicht und
- Elementgleichgewicht,

die in Bild 4.5 schematisch dargestellt sind. Die erste Eigenschaft folgt aus Beziehung (4.12), welche das Knotengleichgewicht ausdrückt. Dieses Gleichgewicht besagt, dass die Summe aller Element-Knotenpunktkräfte $\mathbf{f}^{(m)}$ mit den am Knoten wirkenden äußeren Kräften (einschließlich Volumenkräften, Einzellasten, Trägheits- und Dämpfungskräften und Reaktionslasten) im Gleichgewicht ist, (Bathe, 2002). Beim Elementgleichgewicht ist jedes Element m unter der Wirkung seiner angreifenden Kräfte $\mathbf{f}^{(m)}$ im Gleichgewicht. Es wird erfüllt, wenn die Interpolationsmatrix $\mathbf{H}^{(m)}$ der Elementverschiebungen (4.6) die grundlegenden Konvergenzbedingungen, wie zum Beispiel monotone Konvergenz, zur Lösung des mathematischen Problems

erfüllt. Dazu zählt auch, dass die Elemente spannungsfrei Starrkörperbewegungen darstellen können.

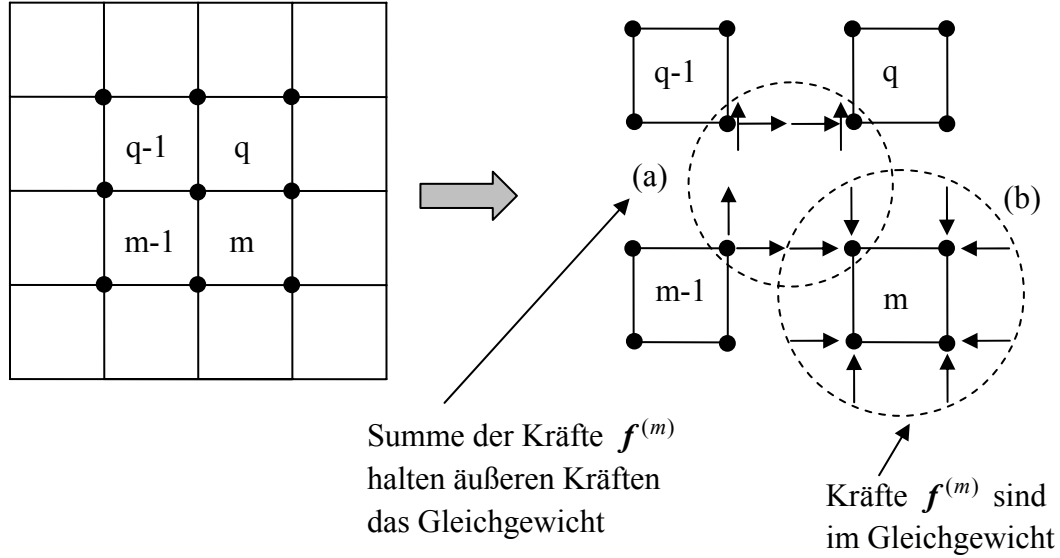


Bild 4.5: Knoten- (a) und Elementgleichgewichtsbetrachtung (b), (Bathe, 2002)

Die wirkenden Lasten können unabhängig von der Zeit oder zeitlich veränderbar sein, wodurch bei letzterem die Verschiebungen ebenfalls zeitabhängig werden. Ändern sich die Lasten sehr schnell, zum Beispiel durch eine periodische Anregung, müssen neben den statischen Kräften die Trägheitskräfte berücksichtigt werden, wodurch sich das statische Problem zu einem dynamischen Problem verändert und das D'ALEMBERTsche Prinzip zur Anwendung kommt. Mit ihm wird die auf das Element wirkende Volumenkraft (4.15) um die Trägheitskraft erweitert:

$$\mathbf{f}_V = \sum_m \int_{V^{(m)}} \mathbf{H}^{(m)T} [\mathbf{f}^{V(m)} - \rho^{(m)} \mathbf{H}^{(m)} \ddot{\mathbf{u}}] dV^{(m)} \quad (4.18)$$

mit $\rho^{(m)}$ als Massendichte des Elementes und $\ddot{\mathbf{u}}$ als zweite Zeitableitung von \mathbf{u} . Mit der Strukturmassenmatrix

$$\mathbf{M} = \sum_m \underbrace{\int_{V^{(m)}} \rho^{(m)} \mathbf{H}^{(m)T} \mathbf{H}^{(m)} dV^{(m)}}_{= \mathbf{M}^{(m)}} \quad (4.19)$$

verändern sich die statischen Gleichgewichtsbedingungen (4.12) zu den Bewegungsgleichungen

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{u}} + \mathbf{K}\mathbf{u} = \mathbf{f} . \quad (4.20)$$

Um zusätzlich geschwindigkeitsproportionale Dämpfungskräfte in (4.20) zu berücksichtigen, müssen diese in (4.18) als weiterer Beitrag zu den Volumenkräften eingeführt werden

$$\mathbf{f}_V = \sum_m \int_{V^{(m)}} \mathbf{H}^{(m)T} \left[\mathbf{f}^{V(m)} - \rho^{(m)} \mathbf{H}^{(m)} \ddot{\mathbf{u}} - \kappa^{(m)} \mathbf{H}^{(m)} \dot{\mathbf{u}} \right] dV^{(m)} . \quad (4.21)$$

Der Faktor $\kappa^{(m)}$ ist dabei die Dämpfungskonstante des m -ten Elementes. Durch die Einführung der Dämpfung verändert sich (4.20) zu

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{u}} + \mathbf{D}\dot{\mathbf{u}} + \mathbf{K}\mathbf{u} = \mathbf{f} \quad (4.22)$$

wobei sich die Dämpfungsmatrix

$$\mathbf{D} = \sum_m \underbrace{\int_{V^{(m)}} \kappa^{(m)} \mathbf{H}^{(m)T} \mathbf{H}^{(m)} dV^{(m)}}_{= \mathbf{D}^{(m)}} \quad (4.23)$$

ergibt. Aufgrund der Schwierigkeit, die Dämpfungsparameter aller Elemente zu bestimmen, wird häufig die Dämpfungsmatrix durch Superposition von Massenmatrix und Steifigkeitsmatrix dargestellt:

$$\mathbf{D} = \gamma_1 \mathbf{M} + \gamma_2 \mathbf{K} , \quad (4.24)$$

was als RAYLEIGHsche Dämpfungsmatrix bezeichnet wird.

4.2.2 Einfluss der Formfunktionen

Die Verschiebungen und die daraus resultierenden Verzerrungen und Spannungen werden an den Integrationspunkten der finiten Elemente berechnet. Um die Dehnung innerhalb des gesamten Elementes zu erhalten, muss entsprechend (4.6) zwischen den Knoten interpoliert werden. Dies geschieht mit Hilfe von Formfunktionen für die Elemente. Die Formfunktionen, welche in der Interpolationsmatrix $\mathbf{H}^{(m)}$ des m -ten Elementes enthalten sind, verknüpfen die Verschiebungen innerhalb des Elementes

mit den Knotenverschiebungen. Typischerweise werden lineare oder quadratische Formfunktionen verwendet.

Mit der Formfunktion sind gleichzeitig die Verformungszustände des Elementes festgelegt, denn über den Grad der Formfunktionen können zusätzliche „Knotenparameter“, d.h. Freiheitsgrade, eingeführt werden. Dies hat die gleiche Wirkung, als ob zusätzlich zu den Elementeknoten noch Zwischenknoten hinzukämen. Nach Betten (2003) wächst mit der Anzahl der Knotenfreiheitsgrade ebenso der Grad der Polynomansätze der einzelnen Formfunktionen und umgekehrt. Man spricht dann von Elementen höherer Ordnung. Bild 4.6 zeigt den Zusammenhang zwischen Knotenzahl und den Polynomtermen der Formfunktionen (nach dem PASCALschen Dreieck) an einem Dreieckselement. Es ist erkennbar, dass bei einem Element mit Zwischenknoten der Formfunktionsansatz quadratische Polynomterme enthält.

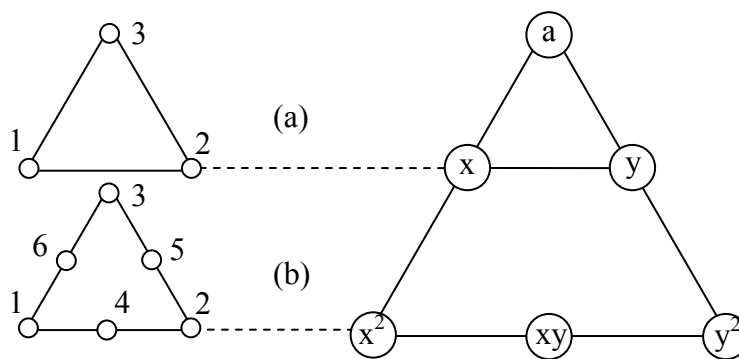


Bild 4.6: Lineares (a) und quadratisches (b) Dreieckselement und deren Einfluss auf die Polynomterme der Formfunktion, (Betten, 2003)

Wie schon angesprochen gibt die Formfunktion den möglichen Verformungszustand vor. Bei einer linearen Formfunktion werden die Verschiebungen zwischen zwei Knoten durch eine Gerade interpoliert. Damit kann sich das Element nicht verbiegen oder durchbiegen, da dafür die Kanten zwischen den Knoten einen nichtlinearen Verlauf annehmen müssten, Bild 4.7. Weiterhin beeinflusst die Formfunktion den Verzerrungs- und Spannungsverlauf im Elementinneren. Bei linearen Verschiebungen ergibt sich mit Gleichung (4.8) eine konstante Dehnung und damit eine konstante Spannung im Element. Im Vergleich dazu resultiert aus einer quadratischen Formfunktion ein linearer Dehnungsverlauf und der Spannungsverlauf hängt vom Materialgesetz ab.

Wie aus den Beziehungen (4.6) bis (4.24) ersichtlich ist, nimmt die Anzahl der zu lösenden Gleichungen mit der Elementanzahl zu. Gleichzeitig wird die Lösung des formulierten mathematischen Modells exakter. Der Anwender hat somit zu entscheiden, mit wie vielen Elementen die zu untersuchende Geometrie idealisiert bzw. vernetzt werden soll und welche Formfunktionen zum Einsatz kommen, da diese sich ebenfalls auf die Lösungsgenauigkeit und benötigte Rechenzeit auswirken.

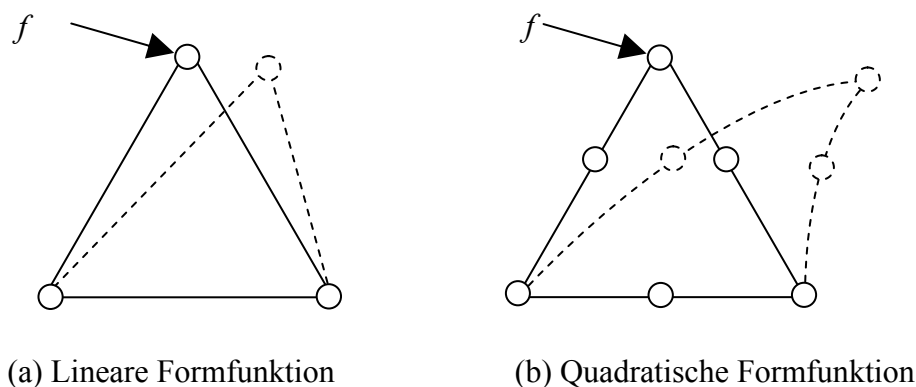


Bild 4.7: Durchbiegung eines Dreieckselementes bei linearem (a) und quadratischem Formfunktionsansatz (b), (Stojek et al., 1998)

4.2.3 Nichtlineare Rechnung

Bis jetzt wurde angenommen, dass sich die Steifigkeitsmatrix \mathbf{K} des Gleichungssystems (4.12) nach ihrer Aufstellung nicht mehr verändert. Systeme mit diesem Verhalten werden als linear bezeichnet, wenn sich die Verformung unter Annahme kleiner Verzerrungen bei gegebener Belastung linear verändert oder die Spannungs-Dehnungs-Materialmatrix konstant, d.h. unabhängig vom Spannungszustand ist. Solche linearen Systeme treten in der Praxis im Vergleich zu den nichtlinearen Systemen relativ selten auf. Dies trifft auch für den Triebwerksbau zu, wo mit Hilfe der FE-Methode unter anderem Rotorschaukeln mit sehr langen und, im Verhältnis dazu, dünnen Schaufelblättern analysiert werden. Als Beispiel dafür sind der Rotor der ersten Verdichterstufe und der Fan, der sich am Einlass des Triebwerks befindet, zu nennen. Solche Schaufelblätter verformen sich aufgrund der Fliehkraft sehr stark, was dazu führt, dass sich ein im unbelasteten Zustand verdrehtes Schaufelblatt teilweise oder komplett entwinden kann. Diese Effekte können nur mit Hilfe

nichtlinearer Rechnungen analysiert werden. Bathe (2002) klassifiziert die nichtlinearen Berechnungen nach verschiedenen Kriterien:

- nichtlineares Materialgesetz,
- große Verschiebungen und Drehungen, aber kleine Verzerrungen,
- große Verschiebungen, Drehungen und Verzerrungen und
- Änderungen der Randbedingungen während der Analyse.

In Tabelle 2 werden die ersten drei Typen von Nichtlinearitäten näher ausgeführt.

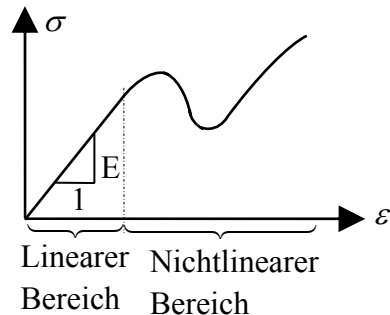
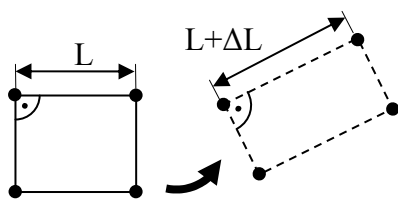
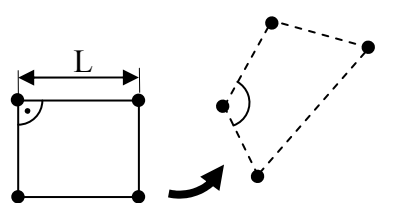
Typ der Nichtlinearität	Beschreibung	
Materialgesetz nichtlinear	Infinitesimale Verschiebung und Verzerrung, die Spannungs-Verzerrungsbeziehung über das Materialgesetz ist nichtlinear	 <p>Linearer Bereich Nichtlinearer Bereich</p>
Große Verschiebungen und Drehungen, aber kleine Verzerrungen	Verschiebungen und Drehungen des Elementes sind groß, aber Dehnungen und Winkeländerungen im Element sind klein, Materialgesetz kann linear oder nichtlinear sein	
Große Verschiebungen, Drehungen und Verzerrung	Verschiebungen und Drehungen des Elementes sind groß, Dehnungen und Winkeländerungen im Element sind ebenfalls groß, Materialgesetz kann linear oder nichtlinear sein	

Tabelle 2: Gründe für nichtlineare Rechnungen, (Bathe, 2002)

Bei Analysen von nichtlinearen Systemen kommen unter anderem iterative Lösungsverfahren zur Anwendung. Diese gehen bei der nichtlinearen Statik von einem Ausgangszustand des entsprechenden Gleichungssystems aus und bestimmen dafür die i -te Lösung für das Gleichungssystem (4.12). Mit dieser i -ten Lösung wird die Systemsteifigkeitsmatrix angepasst und damit die $(i+1)$ -te Lösung ermittelt. Dabei können Nichtlinearitäten des Materials und geometrische Nichtlinearitäten berücksichtigt werden. Dieses Iterieren wird solange durchgeführt, bis sich zwischen zwei Iterationen keine oder nur sehr kleine Änderungen ergeben. Die Gesamtbelastung wird dabei schrittweise durch Lastinkremente (Teillasten) aufgebracht, wobei die Summe der Teillasten die Gesamtbelastung ergibt, (Groth, 2002). Mit diesem Vorgehen wird das nichtlineare Problem stückweise linearisiert.

4.2.4 Modalanalyse

Neben der strukturellen Analyse einer Elementgruppierung hinsichtlich auftretender Spannungen und Verzerrungen ist häufig auch das Schwingungsverhalten von Interesse. Um dieses zu ermitteln, wird eine Frequenzganganalyse, auch Modalanalyse genannt, durchgeführt. Eine Modalanalyse ermittelt die modalen Systemparameter in Form von Eigenwerten und Eigenformen (die Bezeichnungen Eigenwerte und Eigenformen kommen daher, dass jedes dynamische System für sich charakteristische „eigene“ Frequenzwerte und zugehörigen Verformungen annimmt), die Rückschlüsse auf die Systemstabilität zulassen. Mit Einsetzen des Ansatzes $u = \hat{u}e^{\lambda t}$ in den homogenen Teil der Differentialgleichungen (4.22), d.h.

$$M\ddot{u} + D\dot{u} + Ku = 0 \quad (4.25)$$

erhält man das allgemeine Eigenwertproblem

$$[\lambda^2 M + \lambda D + K]\hat{u} = 0, \quad (4.26)$$

sowie das Eigenwertproblem für die ungedämpfte Bewegung,

$$[\lambda^2 M + K]\hat{u} = 0 \quad (4.27)$$

bzw. in Zustandsform

$$[\lambda E - A] \begin{bmatrix} \hat{u} \\ \lambda \hat{u} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda E & -E \\ M^{-1}K & \lambda E \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{u} \\ \lambda \hat{u} \end{bmatrix} = 0 \quad (4.28)$$

mit der Zustandsmatrix A

$$A = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{E} \\ -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{K} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \quad (4.29)$$

und der Einheitsmatrix E .

Um das klassische Eigenwertproblem (4.28) zu lösen, verlangt man für die nichttriviale Lösung Singularität der Koeffizientenmatrix:

$$\det(\lambda E - A) = 0. \quad (4.30)$$

Die daraus ermittelten Eigenwerte λ bestimmen die Eigenschwingungen

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{u}} \\ \lambda \hat{\mathbf{u}} \end{bmatrix} e^{\lambda t}. \quad (4.31)$$

Um die Eigenwerte λ und Eigenvektoren $\hat{\mathbf{u}}$ numerisch zu berechnen, wird unter anderem der LANCZOS-Algorithmus verwendet, Lanczos (1950). Der Algorithmus transformiert die Matrizen des Eigenwertproblems auf eine tridiagonale Form, wodurch die Gleichungen numerisch schneller gelöst werden können. Für weiterführende Informationen wird auf die Literatur von Bathe (2002) und Senker (1993) verwiesen.

4.3 Auswertung der Ergebnisse

Mit den Ergebnissen der FE-Analyse wie Eigenfrequenzen, Spannungen und Verschiebungen können Aussagen über das Schwingungsverhalten und die Lebensdauer der Rotorscheufel gemacht werden. Das Bestimmen der Eigenfrequenzen dient dazu, Resonanzzustände, bei denen sehr große Schwingungsamplituden der Schaufel auftreten können, zu vermeiden. Durch Aussagen über auftretende Spannungsspitzen (Position und zugehöriger Wert) kann abgeschätzt werden, ob das verwendende Material den Belastungen standhält und/oder ob konstruktive Änderungen an der Schaufel bzw. ein Wechsel des verwendeten Materials vorgenommen werden müssen, um dadurch schädigende Spannungskonzentrationen abzubauen. Im Folgenden sollen nur Belastungszustände durch Schwingungen betrachtet werden. Dazu zählen Resonanzzustände und Materialermüdung durch häufig wiederkehrende Belastungen, das so genannte „High-Cycle-Fatigue“ (kurz: HCF). Die wichtigsten Hilfsmittel zur Bewertung dieser

Belastungen sind das CAMPBELL-Diagramm und das GOODMAN-Diagramm. Um die strukturmechanischen Kriterien zu erläutern, soll zunächst die Balkenbiegungstheorie kurz abgehandelt werden. Anschließend wird auf das CAMPBELL-Diagramm und die daraus abgeleiteten Kriterien, sowie auf einen Lebensdauerindikator und eine charakteristische Größe für die Flutterempfindlichkeit eingegangen.

4.3.1 Die Theorie der Balkenbiegung

Ein Schaufelblatt kann näherungsweise als Biegebalken aufgefasst werden, weshalb die Biegebalkentheorie und Erkenntnisse daraus eine gute Näherung für das reale Verhalten des Schaufelblattes sind. Die Annäherung stößt an ihre Grenzen, wenn sich das Schaufelblatt wie eine Platte verhält und Plattenmoden als Eigenformen aufweist. Bei einer Balkenbiegeschwingung wird ein Balken der Länge L periodisch um $\bar{w}(z,t)$ ausgelenkt, Bild 4.8, unter Vernachlässigung von auftretenden Zentrifugaleffekten. Die Auslenkung ist sowohl von der Position z im Balken als auch von der Zeit t abhängig.

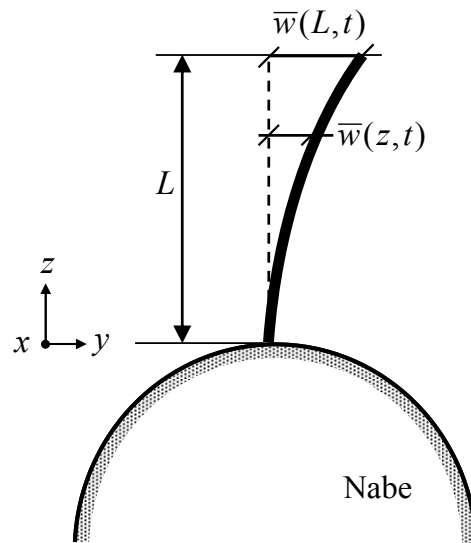


Bild 4.8: Vereinfachte Darstellung eines Schaufelblattes als Biegebalken

Balkenbiegeschwingungen lassen sich durch die partielle Differentialgleichung

$$\frac{\partial^2 \bar{w}(z,t)}{\partial t^2} = -\frac{EI}{\rho A} \frac{\partial^4 \bar{w}(z,t)}{\partial z^4} \quad (4.32)$$

mit dem E-Modul E , dem Flächenträgheitsmoment I , der Dichte ρ und der Querschnittsfläche A beschreiben, (Kühhorn und Silber, 2000). Mit Einführung der Biegesteifigkeit $\tilde{B} = EI$ und der Massenverteilung $\mu = \rho A$ verändert sich (4.32) auf

$$\tilde{B} \overline{w}^{(4)}(z, t) + \mu \ddot{w}(z, t) = 0. \quad (4.33)$$

Mit dem Produktansatz nach Bernoulli

$$\overline{w}(z, t) = w(z) q(t) \quad (4.34)$$

kann die Querverschiebung $\overline{w}(z, t)$ in einen ortsabhängigen Anteil $w(z)$ und einen zeitabhängigen Anteil $q(t)$ aufgespalten werden. Eingesetzt in (4.33) folgt mit

$$\frac{\partial^4 (w(z) q(t))}{\partial z^4} = w^{(4)}(z) q(t), \quad \frac{\partial^2 (w(z) q(t))}{\partial t^2} = w(z) \ddot{q}(t) \quad (4.35)$$

die Beziehung

$$\tilde{B} w^{(4)}(z) q(t) + \mu w(z) \ddot{q}(t) = 0, \quad (4.36)$$

bzw. nach Trennung der Variablen

$$\frac{\tilde{B} w^{(4)}(z)}{\mu w(z)} = -\frac{\ddot{q}(t)}{q(t)} = konst. = \omega^2 \quad (4.37)$$

mit der zunächst noch unbekannten Konstante ω^2 . Daraus ergeben sich zwei Differentialgleichungen, eine für den Zeitverlauf

$$\ddot{q}(t) + \omega^2 q(t) = 0, \quad (4.38)$$

und eine für die ortsabhängige Biegelinie des Balkens

$$\tilde{B} w^{(4)}(z) - \omega^2 \mu w(z) = 0. \quad (4.39)$$

Von weiterem Interesse ist die ortsabhängige Differentialgleichung (4.39) der Balkenbiegung. Mit der Abkürzung

$$\lambda^4 = \frac{\omega^2 \mu}{\tilde{B}} \quad (4.40)$$

vereinfacht sich (4.39) auf

$$w^{(4)}(z) - \lambda^4 w(z) = 0. \quad (4.41)$$

Um (4.41) zu lösen, wird der Ansatz

$$w(z) = A(\cos \lambda z + \cosh \lambda z) + B(\cos \lambda z - \cosh \lambda z) + C(\sin \lambda z + \sinh \lambda z) + D(\sin \lambda z - \sinh \lambda z). \quad (4.42)$$

nach Gasch und Knothe (1989) gewählt, bestehend aus einer Kombination von hyperbolischen und trigonometrischen Funktionen, den so genannten Rayleigh-Funktionen.

Mit den Randbedingungen, die von der Lagerung des Balkens abhängen, können die Koeffizienten A bis D ermittelt werden. Für den vorliegenden Fall entspricht das festgehaltene Schaufelblatt nach Bild 4.8 einem einseitig fest eingespannten Balken. Die zugehörigen Randbedingungen an den Stellen $z = 0$ und $z = L$ lauten:

$$\begin{aligned} z = 0: \quad w(0) = 0, \quad w'(0) = 0 \\ z = L: \quad w''(L) = -\frac{M(L)}{\tilde{B}} = 0, \quad w'''(L) = -\frac{Q(L)}{\tilde{B}} = 0. \end{aligned} \quad (4.43)$$

Aus den Randbedingungen für $z = 0$ folgen die Koeffizienten $A = C = 0$, wodurch sich (4.42) auf

$$w(z) = B(\cos \lambda z - \cosh \lambda z) + D(\sin \lambda z - \sinh \lambda z) \quad (4.44)$$

reduziert. Mit den Ableitungen nach z ,

$$w'(z) = \lambda[B(-\sin \lambda z - \sinh \lambda z) + D(\cos \lambda z - \cosh \lambda z)], \quad (4.45)$$

$$w''(z) = \lambda^2[B(-\cos \lambda z - \cosh \lambda z) + D(-\sin \lambda z - \sinh \lambda z)], \quad (4.46)$$

$$w'''(z) = \lambda^3[B(\sin \lambda z - \sinh \lambda z) + D(-\cos \lambda z - \cosh \lambda z)] \quad (4.47)$$

folgt aus den verbleibenden Randbedingungen das Gleichungssystem

$$\underbrace{\begin{bmatrix} \cos \lambda L + \cosh \lambda L & \sin \lambda L + \sinh \lambda L \\ (-\sin \lambda L + \sinh \lambda L) & \cos \lambda L + \cosh \lambda L \end{bmatrix}}_{\mathbf{A}} \begin{bmatrix} B \\ D \end{bmatrix} = \mathbf{0}, \quad (4.48)$$

das nur für

$$\det \bar{A} = 1 + \cos \lambda L \cosh \lambda L = 0 \quad (4.49)$$

nichttriviale Lösungen hat, (Gasch und Knothe, 1989). Für die verbliebenen Koeffizienten findet man aus der zweiten Gleichung in (4.48) den Zusammenhang

$$B(-\sin \lambda L + \sinh \lambda L) + D(\cos \lambda L + \cosh \lambda L) = 0, \quad (4.50)$$

wobei einer der beiden Koeffizienten frei wählbar ist.

Für das weitere Vorgehen ist von Interesse, wie groß die Querverschiebung bzw. die Auslenkung am freien Ende des Balkens ist. Dafür muss die Lösung (4.44) an der Stelle $z = L$ betrachtet werden:

$$w(L) = B(\cos \lambda L - \cosh \lambda L) + D(\sin \lambda L - \sinh \lambda L). \quad (4.51)$$

Mit (4.50) ergibt sich

$$w(L) = B(\cos \lambda L - \cosh \lambda L) + B \frac{(\sin \lambda L - \sinh \lambda L)^2}{(\cos \lambda L + \cosh \lambda L)} \quad (4.52)$$

bzw. umgestellt

$$(\cos \lambda L + \cosh \lambda L) \frac{w(L)}{B} = (\cos \lambda L - \cosh \lambda L)(\cos \lambda L + \cosh \lambda L) + (\sin \lambda L - \sinh \lambda L)^2 \quad (4.53)$$

sowie ausmultipliziert und zusammengefasst mit $\sin^2 + \cos^2 = 1$, $\cosh^2 - \sinh^2 = 1$

$$\frac{w(L)}{B} = -2 \frac{\sin \lambda L \sinh \lambda L}{\cos \lambda L + \cosh \lambda L}. \quad (4.54)$$

Aufgrund der Beziehungen zwischen den einzelnen trigonometrischen Funktionen mit Anwendung von $\cos \lambda L \cosh \lambda L = -1$, nach (4.49),

$$\begin{aligned} \left(\frac{\sin \lambda L \sinh \lambda L}{\cos \lambda L + \cosh \lambda L} \right)^2 &= \frac{(1 - \cos^2 \lambda L)(\cosh^2 \lambda L - 1)}{\cosh^2 \lambda L + 2 \cos \lambda L \cosh \lambda L + \cosh^2 \lambda L} \\ &= \frac{\cosh^2 \lambda L + \cos^2 \lambda L - 2}{\cosh^2 \lambda L + \cos^2 \lambda L - 2} = 1, \end{aligned} \quad (4.55)$$

und dem daraus abgeleiteten Zusammenhang

$$\frac{\sin \lambda L \sinh \lambda L}{\cos \lambda L + \cosh \lambda L} = \pm 1 \quad (4.56)$$

folgt aus (4.54)

$$w(L) = \pm 2B. \quad (4.57)$$

Damit ist die Querverschiebung bzw. die Auslenkung am freien Balkenende unabhängig von den Eigenwerten λL , die sich aus der charakteristischen Gleichung (4.49) ergeben, und damit unabhängig von den Eigenkreisfrequenzen

$$\omega_i = (\lambda_i L)^2 \sqrt{\frac{\tilde{B}}{\mu L^4}} = \lambda_i^2 \sqrt{\frac{EI}{\rho A}}, \quad i = 1, 2, \dots, \quad (4.58)$$

die aus (4.40) folgen, bzw. den Schwingungseigenfrequenzen

$$f_i = \frac{\omega_i}{2\pi} = \frac{1}{2\pi} \lambda_i^2 \sqrt{\frac{EI}{\rho A}}. \quad (4.59)$$

Aus der zuletzt genannten Beziehung kann man erkennen, dass die Eigenfrequenz von der Biegesteifigkeit im Allgemeinen bzw. vom Material (E-Modul und Dichte) und von der Geometrie des Balkens (Flächenträgheitsmoment und Balkenquerschnittsfläche) im Speziellen abhängig ist. Besonders letzteres wird herangezogen, um die Eigenfrequenz zur Resonanzvermeidung gezielt zu beeinflussen.

4.3.2 Strukturmechanische Auslegungskriterien

Einen Überblick über die drehzahlabhängigen Eigenfrequenzen und die in einem rotierenden System auftreten Schwingungsanregungen erlaubt das CAMPBELL-Diagramm, (Boyce, 1999). In diesem Resonanzschaubild mit den Frequenzen f auf der Ordinate und den auf eine Solldrehzahl n_0 normierten Drehzahlen $\bar{n} = n/n_0$ auf der Abszisse, werden die Eigenfrequenzen $f_i(\bar{n})$ aufgetragen, Bild 4.9. Diese verändern sich mit zunehmender Drehzahl, unter anderem aufgrund von Versteifungseffekten durch die Fliehkraft und durch Temperatureinfluss. Weiterhin werden die Drehzahlharmonischen $\hat{f}_j(\bar{n}) = j n_0 \bar{n}$, $j = 1(1)m$, als fächerförmige Ordnungsgeraden bzw. Anregungen aufgetragen. Solche mit der Drehzahl und deren

Harmonischen verknüpften Anregungen ergeben sich unter anderem aus der Unwucht der Rotorwelle und aus den Anregungsfrequenzen von vor- und nachgeschalteten Leitradreihen sowie Stützverstreben.

Resonanzen treten auf, wenn sich die i -te Eigenfrequenzcharakteristik mit der j -ten Drehzahlharmonischen bei einer bezogenen Drehzahl $\bar{n}_{i,j}$ schneidet. Um die einzelnen drehzahlabhängigen Eigenfrequenzen für ein CAMPBELL-Diagramm zu ermitteln, gibt es zwei Möglichkeiten. Entweder werden für ausgesuchte, im Flugzyklus des zu untersuchenden Triebwerks vorkommende Drehzahlen die entsprechenden Eigenfrequenzen mit Hilfe der Modalanalyse ermittelt oder es wird eine so genannte Zwei-Punkt-Analyse durchgeführt, bei der eine unbelastete Schaufel (ohne Drehzahl und äußere Gasbelastung bei einer Umgebungstemperatur von 20°C) in den interessierenden Betriebspunkt mit zugehöriger Betriebsdrehzahl, Gaslast und Betriebstemperatur überführt wird. Für beide Betriebszustände werden die Eigenfrequenzen ermittelt. Die dazwischen liegenden Eigenfrequenzen $f_i(\bar{n})$ werden mit einer Interpolationsfunktion $f_i(\bar{n}) = f_i(0) + (f_i(\bar{n}_0) - f_i(0))\bar{n}^2$ zwischen den Eigenfrequenzen der unbelasteten Rotorschaukel $f_i(0)$ und der Rotorschaukel im Betriebspunkt $f_i(\bar{n}_0)$ ermittelt. Alle Eigenfrequenzen der zugehörigen Eigen-

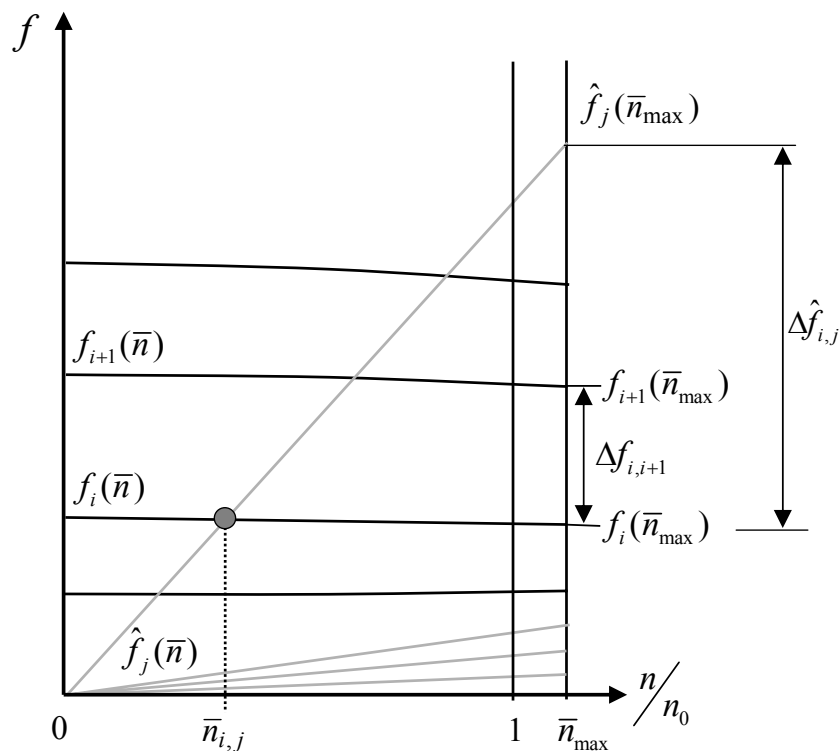


Bild 4.9: Typisches CAMPBELL-Diagramm

frequenzcharakteristika können anschließend im CAMPBELL-Diagramm grafisch dargestellt werden. Bei der strukturellen Analyse einer Triebwerksschaufel ist der interessierende Betriebspunkt oft der Punkt im Flugzyklus, bei welchem die Kombination von Drehzahl und Temperatur die größte Belastung für die Schaufel darstellt. Am häufigsten tritt dies beim Abhebevorgang des Flugzeugs, dem „Maximum Take Off“ auf, da dabei der größte Schub benötigt wird.

In Bild 4.9 ist ein typisches CAMPBELL-Diagramm für eine Triebwerksschaufel zu sehen. Die erste Eigenfrequenz, welche häufig der ersten Biegefrequenz entspricht, steigt im Allgemeinen mit der Drehzahl an, während die Werte der anderen Eigenfrequenzen mit zunehmender Drehzahl kleiner werden. Dafür gibt es mehrere Ursachen, die sich gegenseitig beeinflussen:

- Anstieg der Temperatur durch Anstieg der Drehzahl und
- Erhöhung der Steifigkeit durch den Fliehkrafteinfluss.

Die Eigenfrequenz wird nach Gleichung (4.59) durch den temperaturabhängigen E-Modul beeinflusst. Steigt die Temperatur an, so sinkt der E-Modul und damit die Eigenfrequenz. In Folge der Fliehkraft wirken auf das ausgelenkte Rotorschaukelblatt Fliehkräfte $F_F(z)$, Bild 4.10, die ein rückstellendes Biegemoment

$$M_B = a(z)F_F(z) \quad (4.60)$$

erzeugen und dadurch die Biegesteifigkeit des Rotorblattes scheinbar vergrößern (Traupel, 1982). Dies erhöht die Schwingungseigenfrequenz mit wachsender Drehzahl.

Mit Hilfe des CAMPBELL-Diagramms, Bild 4.9, können Drehzahlen $\bar{n}_{i,j}$ bzw. Drehzahlbereiche identifiziert werden, in denen Resonanzzustände, d.h. Schnittpunkte von einer i -ten Eigenfrequenz $f_i(\bar{n})$ mit der j -ten Drehzahlharmonischen $\hat{f}_j(\bar{n})$ auftreten. Des Weiteren können bei maximaler Rotordrehzahl \bar{n}_{\max} die relativen Frequenzabstände

$$\hat{v}_{i,j} = \frac{|f_i - \hat{f}_j|}{\hat{f}_j} \bigg|_{\bar{n}_{\max}} = \frac{|\Delta \hat{f}_{i,j}|}{\hat{f}_j(\bar{n}_{\max})} \quad (4.61)$$

mit $\hat{f}_j(\bar{n}_{\max}) = j \bar{n}_{\max} n_0$ zwischen Eigenfrequenzen und Anregungsfrequenzen sowie relative Frequenzabstände zwischen den Eigenfrequenzen

$$\nu_{i,i+1} = \left. \frac{|f_{i+1} - f_i|}{f_i} \right|_{\bar{n}_{\max}} = \frac{|\Delta f_{i,i+1}|}{f_i(\bar{n}_{\max})} \quad (4.62)$$

bestimmt werden. Ein Mindestabstand nach (4.61) ist notwendig, um Verschiebungen der Eigenfrequenzen durch normale Toleranzenabweichungen und Herstellungsfehler zu berücksichtigen, (Klauke et al., 2007). Damit kann sichergestellt werden, dass geringfügige Geometrieänderungen und die damit einhergehende Verschiebung der Eigenfrequenzen nicht zu einer signifikanten Verschlechterung des Resonanzverhaltens bei Maximaldrehzahlen führen. Ein Frequenzabstand zwischen den ersten Eigenfrequenzen nach Gleichung (4.62) muss gewährleistet sein, um unerwünschte Kopplungseffekte zwischen den Schwingungseigenformen zu vermeiden.

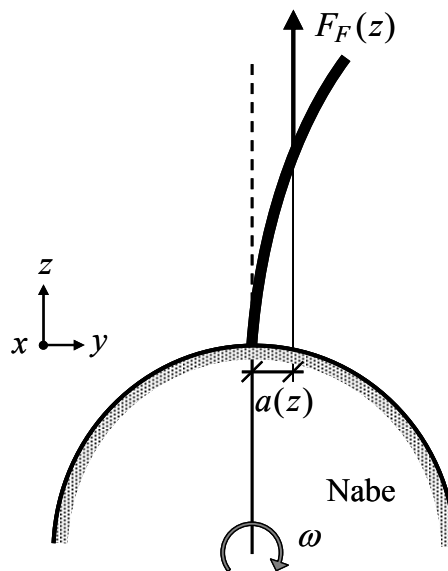


Bild 4.10: Versteifungseffekt beim rotierenden Schaufelblatt, (Traupel, 1982)

Mit dem Ergebnis in Abschnitt 4.3.1 zur Balkenbiegung lässt sich eine Beziehung herleiten, mit der Aussagen über die Auslenkung des Schaufelblattes bei Resonanzzuständen gemacht werden können. Ausgehend von der zweiten Ableitung der Biegelinie (4.46) für einen einseitig eingespannten Balken ist an der Stelle $z = 0$ die Krümmung

$$w''(0) = -\lambda^2 2B \quad (4.63)$$

und damit das Biegemoment

$$M_B(0) = -\tilde{B}w''(0) \quad (4.64)$$

bestimmbar. Nach Kühhorn und Silber (2000) ergibt sich für die Biegespannung an der Einspannstelle mit Hilfe einer Äquivalenzbedingung

$$\sigma(y,0) = \frac{M_B(0)}{I} y. \quad (4.65)$$

Mit (4.58) wird aus (4.63)

$$w''(0) = -2B \sqrt{\frac{\rho A}{EI}} \omega_i \quad (4.66)$$

und aus (4.64) nach Umstellung sowie dem Einsetzen von (4.65)

$$w''(0) = -\frac{M_B(0)}{\tilde{B}} = -\frac{\sigma(y,0)}{\tilde{B}} \frac{I}{y} = -\frac{\sigma(y,0)}{E} \frac{1}{y}. \quad (4.67)$$

Durch Gleichsetzen von (4.66) und (4.67) entsteht

$$2B \omega_i \sqrt{\frac{\rho A}{EI}} = \frac{1}{E} \frac{\sigma}{y} \quad (4.68)$$

bzw. umgestellt

$$2B \omega_i = \frac{1}{\sqrt{E\rho}} \sqrt{\frac{I}{A}} \frac{\sigma}{y}. \quad (4.69)$$

Mit (4.57) wird daraus

$$w(L) \omega_i = \pm \frac{1}{\sqrt{E\rho}} \sqrt{\frac{I}{A}} \frac{\sigma}{y}. \quad (4.70)$$

Der Term $w(L) \omega_i$, oder alternativ $w(L) f_i$, kann als „Amplitude*Frequenz“ mit der Einheit $[m/s] = [mHz]$ (sprich: „Meter Hertz“) verstanden werden. Wird (4.70) nach der Spannung umgestellt ergibt sich

$$\sigma = \pm w(L)\omega_i \sqrt{E\rho} \sqrt{\frac{A}{I}} y. \quad (4.71)$$

Daraus ist erkennbar dass die Spannung nur von $w(L)\omega_i$, d.h. der Kombination von maximaler Auslenkung $w(L)$ und Eigenfrequenz ω_i abhängt, wenn der Rest der Gleichung konstant ist. Das bedeutet, dass für jede Eigenfrequenz und zugehöriger maximaler Auslenkung die Spannung einen entsprechenden Wert annimmt.

Dieser Zusammenhang wird bei der Beurteilung von Triebwerksschaufeln hinsichtlich der Lebensdauer bei wechselnder Belastung herangezogen. Dafür werden zuerst die bei dynamischer Belastung auftretenden Spannungen für jeden interessierenden Eigenmode auf den zugehörigen Term $w(L)\omega_i$ bezogen. Dadurch sind verschiedene Schaufeln bei gleichen Eigenmoden aber unterschiedlichen Eigenfrequenzen und Auslenkungen miteinander vergleichbar, was die Grundlage des af -Wertes ist. Bei Triebwerksschaufeln treten in der Regel dynamische und statische Belastungen gleichzeitig auf, die zu dynamischen Spannungen $\tilde{\sigma}_a$ bzw. statischen Spannungen σ_s führen, welche jeweils mit Hilfe der normierten Wechsel-Biegefestigkeit $\hat{\sigma}_a$ (für die dynamischen Spannungen) und der Zugfestigkeit R_m (für die statischen Spannungen) des verwendeten Schaufelmaterials bewertet werden. Beide Belastungsarten haben Einfluss auf die Lebensdauer der Triebwerksschaufel, sowohl einzeln als auch durch ihr Zusammenspiel. Um dieses Zusammenspiel bewerten zu können wird das GOODMAN-Diagramm verwendet, Bild 4.11 a, welches ein modifiziertes SMITH-Diagramm darstellt. In ihm werden gemessene und berechnete Werte für die Wechsel-Biegefestigkeit (auf der mit σ_{alt} gekennzeichneten Ordinate) und der Zugfestigkeit (auf der mit σ_{stat} gekennzeichneten Abzisse) eines Materials aufgetragen. Um innerhalb dieses Diagramms einen zulässigen Bereich von möglichen Kombinationen zwischen dynamischen und statischen Spannungen abzugrenzen, werden die Maximalwerte von $\hat{\sigma}_a$ und R_m , ermittelt nach 10^7 Testzyklen ohne Ausfälle, aufgetragen und anschließend durch eine Gerade miteinander verbunden. Diese Gerade schließt mit den Koordinatenachsen den zulässigen Bereich für dynamische Spannungen $\tilde{\sigma}_a$ in Kombination mit statischen Vorspannungen σ_s ein:

$$\tilde{\sigma}_a = \hat{\sigma}_a \left(1 - \frac{\sigma_s}{R_m} \right). \quad (4.72)$$

Im Rahmen der weiteren Betrachtung wird das GOODMAN-Diagramm angepasst, da die berechneten dynamischen Spannungen von der Eigenform abhängen. Um sie vergleichbar zu machen werden die mit Hilfe der FEM-Analyse berechneten dynamischen Spannungen der i -ten Eigenform auf $w(L)\omega_i$ bezogen und verändern sich dadurch zu normierten dynamischen Spannungen $\sigma_{a,i}$. Die Normierung ist notwendig, um das auftretende Spannungsniveau von verschiedenen Schaufeln bei gleicher Eigenform als auch die berechneten Spannungen mit Ergebnissen aus Schaufeltests vergleichen zu können. Für die Veränderung des GOODMAN-Diagramms wird ein Verhältnis aus den auf $w(L)\omega_i$ normierten dynamischen Spannungen $\sigma_{a,i}$ und der ebenfalls so normierten Wechsel-Biegefestigkeit $\hat{\sigma}_a$ des verwendeten Materials gebildet:

$$AF_i = \frac{\hat{\sigma}_a}{\sigma_{a,i}}. \quad (4.73)$$

Wird $\tilde{\sigma}_a$ aus (4.72) auf $\sigma_{a,i}$ bezogen, entsteht die Beziehung

$$af_i = \frac{\tilde{\sigma}_a}{\sigma_{a,i}} = \frac{\hat{\sigma}_a}{\sigma_{a,i}} \left(1 - \frac{\sigma_s}{R_m} \right) = AF_i \left(1 - \frac{\sigma_s}{R_m} \right). \quad (4.74)$$

wodurch sich das GOODMAN-Diagramm verändert, Bild 4.11 (b).

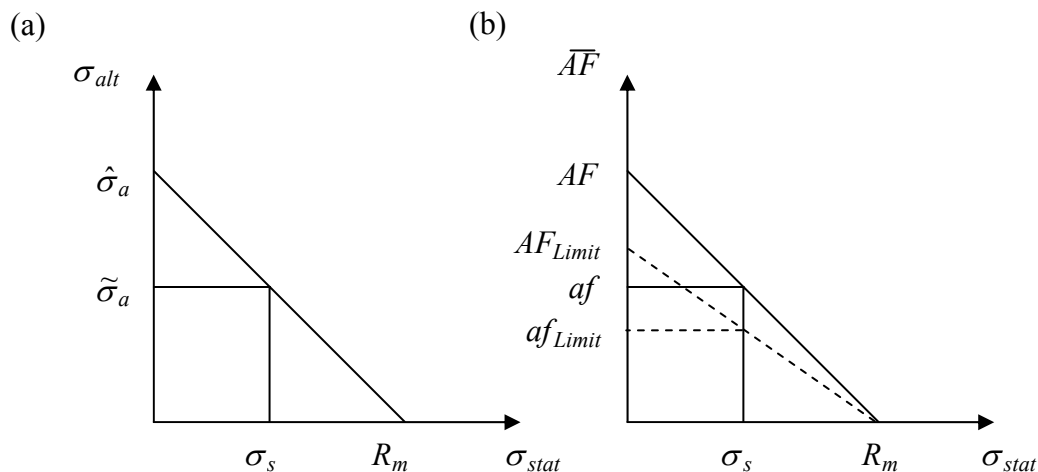


Bild 4.11: GOODMAN-Diagramm (a) zur Bestimmung der zulässigen Schwingungsbeanspruchung und (b) durch den af -Ansatz modifiziert

Mit dem af -Wert kann die Lebensdauer des Schaufelblattes in Resonanzzuständen eingeschätzt und bewertet werden. Um verschiedene Fertigungseinflüsse zu berücksichtigen, die den af -Wert verändern können, wird ein af_{Limit} -Wert

$$af_{Limit} = c \cdot af \quad (4.75)$$

mit Hilfe eines Korrekturfaktors c bestimmt. Dieser Korrekturfaktor basiert auf verschiedenen evaluierten Festigkeitstests von Schaufeln und verändert sowohl den AF -Wert nach (4.73) zu $AF_{Limit} = c \cdot AF$ als auch das GOODMAN-Diagramm, dargestellt in Bild 4.11 (b) durch gestrichelte Linien. Jede neu konstruierte Triebwerksschaufel muss verschiedene Tests durchlaufen, bevor sie in größeren Stückzahlen produziert und in ein Triebwerk eingebaut werden kann. Beispielsweise werden bei einer der Testprozeduren ausgewählte Schaufeln eines Triebwerkes mit Dehnmessstreifen versehen und damit af_{Mess} -Werte ermittelt, die bei einem Triebwerkstest mit verschiedenen Drehzahlzyklen auftreten. Oder es werden einzelne Schaufeln bei Laborversuchen solange gezielt angeregt, bis sie einen Riss aufweisen, wobei die einzelnen Eigenformen identifiziert und die zugehörigen Maximalauslenkungen gemessen, als auch die af_{Mess} -Werte bis zum Versagensfall ermittelt werden. Mit diesen gemessenen Werten wird das Dauerbeanspruchungslevel

$$AR = \frac{af_{Mess}}{af_{Limit}} \quad (4.76)$$

bestimmt, welches unter einem Grenzwert liegen muss, um die Schaufel für den Einsatz im Triebwerk freigeben zu können.

Der dritte Bereich der strukturmechanischen Kriterien berücksichtigt die Interaktion zwischen Strömung und Struktur, insbesondere das Flutterphänomen. Flattern kann als dynamische Instabilität eines elastischen Körpers im Luftstrom bezeichnet werden, (Bisplinghoff et al., 1996), und ist für die strukturmechanische Belastung des Schaufelblattes ebenso entscheidend wie fremderregte Schwingungen. Die Charakteristik der Anregung des Flatterns ändert sich mit zunehmender Drehzahl von zufälliger Anregung zu Selbsterregung.

Die strömungsbedingte zufällige Anregung des Schaufelblattes resultiert aus dem Abriss der Strömung von einer vorgelagerten Schaufelreihe und den daraus resultierenden Karmanwirbeln im Nachlauf. Beim selbsterregten Flattern dagegen schlägt das Schaufelblatt in Richtung der Auftriebskraft aus und entzieht so der

Strömung Energie, die in noch größere Ausschlags- bzw. Schwingungsamplituden umgesetzt wird. Durch die Energieübertragung von der Strömung in die Struktur ist die Dämpfung negativ, wodurch ein stationäres Schwingen des Schaufelblattes nicht mehr möglich ist und deshalb in einen instabilen Schwingungszustand übergeht. Dieser kann benachbarte Schaufelblätter zu phasenversetzten Schwingungen mit einheitlicher Frequenz anregen, (Cumpsty, 2004). Flattern tritt häufig in der Nähe von Eigenfrequenzen auf. Um die Flattersensitivität eines Schaufelblattes in erster Näherung zu bestimmen, wird die reduzierte Frequenz nach Cumpsty (2004), Bisplinghoff et al. (1996) und Försching (1974) verwendet. Sie setzt sich aus der Eigenkreisfrequenz $2\pi f_i(\bar{n}_{\max})$, der Sehnenlänge C des Schaufelblattes und der relativen Anströmgeschwindigkeit w zusammen:

$$\tilde{\omega}_i = \frac{2\pi f_i(\bar{n}_{\max})C}{w}. \quad (4.77)$$

Grundlage dieses aeroelastischen Kennwerts des harmonisch schwingenden Tragflügels ist die Vorstellung, dass das schwingende, mit einer Geschwindigkeit $w = konst.$ angeströmte Profil eine Wirbelschlepe der Länge C erzeugt, welche sich mit wellenförmiger Bewegung reibungsfrei ab der Profilhinterkante stromabwärts fortbewegt und sich theoretisch bis ins Unendliche erstreckt. Diese Bewegung, die die ungestörte Strömung beeinflusst, wird durch die reduzierte Frequenz beschrieben, (Försching, 1974). Anders gesagt setzt die reduzierte Frequenz die durch das schwingende Profil gestörte Strömung zu der ungestörten Strömung ins Verhältnis.

Mikolajzak et al. (1975) untersuchen das Flatterphänomen näher und identifizierten verschiedene Flattertypen, die bei verschiedenen Betriebszuständen des Verdichters auftreten. Mit den gewonnenen Erkenntnissen grenzen die Autoren fünf Flatterregionen (I-V) voneinander ab, Bild 4.12:

I: Flattern im Unterschallbereich aufgrund von Strömungsabriss

Bei den hier herrschenden Bedingungen kann sowohl Flattern als auch die rotierende Ablösung auftreten, weshalb es schwierig ist festzustellen, ob das Schaufelblatt durch Flattern oder rotierenden Strömungsabriss angeregt wird. Tritt Flattern auf, so geht damit das Abreißen der Strömung einher. Die ersten Flatteruntersuchungen von Armstrong und Stevenson (1960) wurden in dieser Region durchgeführt. Ein Ergebnis der Untersuchungen ist die Erkenntnis, dass hauptsächlich die erste Biegeeigenform und die erste Torsionseigenform zum Flattern neigen. Basierend

darauf werden von den Autoren Grenzwerte der reduzierten Frequenz bezüglich der beiden Eigenfrequenzen $\tilde{\omega}_{1B}^c$ und $\tilde{\omega}_{1T}^c$ festgelegt, die überschritten werden müssen, um das Flutterproblem zu umgehen.

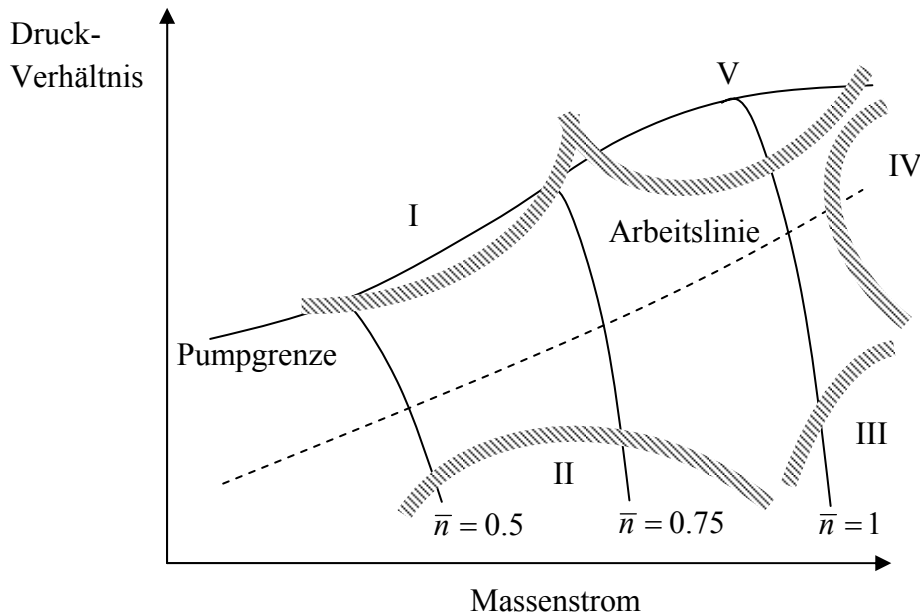


Bild 4.12: Verdichterkennfeld mit eingetragenen Flutterregionen, (Cumpsty, 2004)

II: Flattern aufgrund eines Stoßes

Im mittleren Drehzahlbereich bis $\bar{n} = 0.75$ kann im Überschallbereich ein kurzer Stoß ausreichen, um die Grenzschicht abzulösen. Diese Ablösung regt das Schaufelblatt zum Flattern an.

III: Flattern im Überschallbereich ohne Strömungsabriss

Hier kommt es bei sehr hohen Drehzahlen zum Flattern, ohne dass sich das aerodynamische Verhalten des Schaufelblattes erkennbar verändert. Insbesondere lange Schaufelblätter, vor denen Leitbleche angebracht sind, sind für dieses Überschall-Flattern besonders anfällig. Durch mechanische Kopplung zu anderen Schaufelblättern (z.B. durch Abstandshalter) wird das Übertragen des Flatterns

begünstigt, wodurch die gesamte Rotorstufe (Schaufelblatt, Leitblech und Scheibe) zu Schwingungen angeregt wird.

IV: Flattern im Überschallbereich in Nähe der Pumpgrenze

Dieses Überschall-Flattern tritt bei hohen Drehzahlen und in der Nähe der Pumpgrenze auf. Es wird angenommen, dass die hohe Schaufelbelastung das Flattern begünstigt, ohne dass es zu Strömungsabrissen von der Schaufeloberfläche kommt.

V: Flattern im Überschallbereich aufgrund von Strömungsabriss

In dieser Flutterregion ist bei hohen Drehzahlen hauptsächlich die erste Biegeeigenform betroffen. Sind die Drehzahlen geringer, tritt Flattern häufiger bei Torsionsmoden auf und es kommt zu einer Überlappung mit der Region I. Untersuchungen von Halliwell (1975) zeigen, dass das oszillierende Überschall-Flattern kurz vor dem Erreichen der maximalen Drehzahl verschwindet.

Für die strukturmechanischen Kriterien bzgl. Flattern werden die Untersuchungen von Armstrong und Stevenson (1960) für die Flutterregion I herangezogen und die reduzierten Frequenzen für die erste Biegung

$$\tilde{\omega}_{IB} = \frac{2\pi f_{IB}(\bar{n}_{\max})C}{w} \quad (4.78)$$

und erste Torsion

$$\tilde{\omega}_{IT} = \frac{2\pi f_{IT}(\bar{n}_{\max})C}{w} \quad (4.79)$$

betrachtet.

Es sei darauf hingewiesen, dass bei Schaufelblättern mit 3D-Effekten, z.B. starke Verwindung oder eine bogenförmige radiale Positionierung der Profilschnitte, die reduzierten Frequenzen nur Anhaltspunkte über das Flatterverhalten der Schaufelblätter liefern. Um genauere Vorhersagen machen zu können, sind Simulationen mit Fluid-Struktur-Kopplung notwendig, da nur diese die Interaktionen zwischen Schaufelblatt und Strömung hinreichend genau wiedergeben können.

5 Optimierung und Prozessintegration

In den vorangegangenen Kapiteln wurden Ansätze bzw. Vorgehensweisen dargestellt, um ein existierenden industriellen Auslegungsprozess von Triebwerksschaufeln so anzupassen, dass dieser unter Beibehaltung von verwendeten Auslegungsprogrammen und Bewertungsregeln automatisiert vonstatten gehen kann. Wichtige Voraussetzungen dafür sind, wie bereits ausgeführt, automatische Modifikation und aerodynamische Analyse des Schaufelblattes, Transfer des Schaufelblattes in das CAD-System und automatische Erzeugung einer Gesamtschaukel, sowie automatisierte strukturelle Analyse. Um die einzelnen Bestandteile des Auslegungsprozesses miteinander zu einem interdisziplinären, automatisch ablaufenden Gesamtprozess zu verknüpfen, wird eine Steuerungsumgebung benötigt, welche die notwendigen Datenflüsse zwischen den involvierten Programmen und die Programme an sich gezielt steuert, sowie gewünschte Zwischen- und Endergebnisse extrahiert. Ist eine Steuerungsumgebung aufgebaut und der Auslegungsprozess darin eingebettet bzw. integriert, kann eine Optimierung durchgeführt werden, die von einem Referenzentwurf ausgehend bessere Entwürfe finden kann. Optimierung und Prozessintegration sind daher eng miteinander verknüpft, wenn mit einem interdisziplinären Auslegungsprozess von einem Ausgangsentwurf ausgehend mindestens ein verbesserter Entwurf in relativ kurzer Zeit gefunden werden soll, da Prozessintegration und Prozessautomatisierung Voraussetzungen für eine automatische Optimierung sind. Im Folgenden werden Optimierung und Prozessintegration näher betrachtet.

5.1 Optimierung

Bei der Entwicklung und Auslegung von Produkten, speziell Triebwerksschaufeln, sollen diese entweder bestimmte Eigenschaften aufweisen oder in vorhandenen Eigenschaften besser sein als eine Referenzschaukel bzw. ein Ausgangs- oder Vergleichsentwurf. Solche Eigenschaften können bei Triebwerksschaufeln beispielsweise hoher aerodynamischer Wirkungsgrad, lange Lebensdauer, geringes Gewicht oder niedrige Fertigungskosten sein. Um solche Ziele zu erreichen, geht bei der menschlichen Suche im Allgemeinen ein iterativer Prozess vonstatten, bei dem ein Anfangsentwurf durch Veränderung verschiedener Parameter zum gewünschten Ergebnis führt und dadurch das Produkt verbessern kann. Dieser Prozess wird in der Regel beendet, wenn die zugrunde liegenden Kriterien (bestehend aus Zielen und

Nebenbedingungen) erreicht bzw. nicht mehr zu verbessern sind. Bei dieser Art der Suche nach dem Optimum sind die gefundenen Ergebnisse häufig suboptimal, da unter anderem der menschliche Suchprozess zu früh abgebrochen oder nur in einem sehr begrenzten Parameterraum gesucht wird. Im Unterschied dazu können mit Hilfe von speziellen mathematischen Verfahren, so genannten Optimierungsalgorithmen, automatisiert Entwürfe gefunden werden die mindestens gleichgut oder besser sind im Vergleich zu den vom Menschen gefundenen Ergebnissen. Dafür muss der iterative Prozess formalisiert werden und automatisch ablaufen. Für eine Formalisierung müssen sowohl die Optimierungsziele in Form von Gütekriterien als auch die Optimierungsparameter geeignet gewählt und formuliert werden.

5.1.1 Theorie der Einzel- und Mehrzielloptimierung

Grundsätzlich gibt es zwei Arten der Optimierung, die Einzel- oder skalare Optimierung und die Mehrzielloptimierung. Beim typischen skalaren Optimierungsproblem wird ein Parametervektor $\mathbf{p}^* \in P \subseteq \mathbb{R}^n$ gesucht, der eine Gütefunktion $f(\mathbf{p})$ in der Menge der zulässigen Parameter

$$P := \{\mathbf{p} \in \mathbb{R}^n \mid \mathbf{g}(\mathbf{p}) = \mathbf{0}, \mathbf{h}(\mathbf{p}) \leq \mathbf{0}, \mathbf{p}^u \leq \mathbf{p} \leq \mathbf{p}^o\} \quad (5.1)$$

mit $\mathbf{g} : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^k, \mathbf{h} : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^l$

minimiert, d.h.

$$f(\mathbf{p}^*) = \min_{\mathbf{p} \in P} f(\mathbf{p}). \quad (5.2)$$

Der Parametervektor \mathbf{p} enthält alle veränderlichen Modellparameter bzw. Entwurfparameter, welche die Gütefunktion $f(\mathbf{p})$ so beeinflussen können, dass ein gewünschter Funktionswert entsteht. Das heißt nicht, dass $f(\mathbf{p})$ nur von den Größen \mathbf{p} abhängt, sondern dass ausschließlich die Größen in \mathbf{p} bei der Optimierung verändert werden. Diese Größen können nur aus der Menge P gewählt werden, die unter anderem durch obere Schranken \mathbf{p}^o und untere Schranken \mathbf{p}^u begrenzt ist, welche von den Entwurfparametern nicht über- bzw. unterschritten werden dürfen. Auch Nebenbedingungen schränken den Bereich der zulässigen Entwurfparameter ein. Diese Nebenbedingungen teilen sich auf in Gleichungsnebenbedingungen $\mathbf{g}(\mathbf{p}) = \mathbf{0}$ und Ungleichungsnebenbedingungen $\mathbf{h}(\mathbf{p}) \leq \mathbf{0}$, die selber explizit oder implizit von den Entwurfparametern abhängen. Existieren keine Nebenbedingungen, hat man den Sonderfall der unrestringierten Parameteroptimierung, (Bestle, 1994).

Optimierungsprobleme, die nicht in der Standardform nach (5.1) und (5.2) vorliegen, können einfach in die entsprechende Form transformiert werden. Soll eine Gütefunktion $\hat{f}(\mathbf{p})$ maximiert statt minimiert werden, so lässt sie sich durch Multiplikation mit (-1) in die Standardform $f(\mathbf{p}) = -\hat{f}(\mathbf{p})$ überführen. Das Gleiche gilt für die vergleichenden Nebenbedingungen, wodurch aus einer Beschränkung nach unten eine Beschränkung nach oben wird.

Werden bei der Suche nach geeigneten Entwürfen mehrere Ziele verfolgt, so wird von der Mehrzieloptimierung gesprochen. In der Literatur ist häufig auch von der Mehrkriterienoptimierung die Rede. Meist stehen Kriterien, d.h. Nebenbedingungen und Ziele, in Beziehung zueinander. Das kann soweit gehen, dass Kriterien, speziell Nebenbedingungen, sich einander beschränken (konkurrierende Beziehung) oder im Extremfall sogar einander ausschließen (konträre Beziehung). Allgemein gibt es für m Optimierungsziele auch m Gütefunktionen f aus dem Gütefunktionsraum F , wobei der Parameterraum n dimensional ist, Bild 5.1.

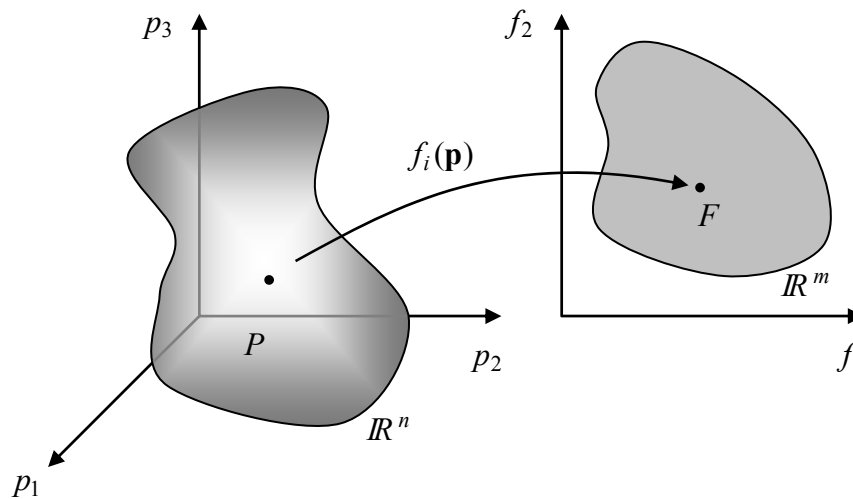


Bild 5.1: Zulässige Parametermenge P im Parameterraum \mathbb{R}^n und erreichbare Kriterienmenge F im Kriterienraum \mathbb{R}^m

Bei Mehrzielproblemen werden die einzelnen Zielfunktionen so belassen wie sie sind und in einem Vektor

$$\mathbf{f}(\mathbf{p}) = \begin{bmatrix} f_1 \\ \vdots \\ f_m \end{bmatrix} \quad (5.3)$$

zusammengefasst. Mit diesem Vektor der Gütefunktionen lässt sich das Standardproblem der Mehrziel- oder Vektoroptimierung aufstellen:

$$\begin{aligned} \min_{\mathbf{p} \in P} \mathbf{f}(\mathbf{p}) \\ P := \{ \mathbf{p} \in \mathbb{R}^n \mid \mathbf{g}(\mathbf{p}) = \mathbf{0}, \mathbf{h}(\mathbf{p}) \leq \mathbf{0}, \mathbf{p}^u \leq \mathbf{p} \leq \mathbf{p}^o \}. \end{aligned} \quad (5.4)$$

Bei dieser Art der Optimierung werden mit einem Satz von Entwurfparametern verschiedene Zielfunktionen gleichzeitig ausgewertet. Dabei kann es dazu kommen, dass beispielsweise bei einem Optimierungsproblem mit zwei Zielen ein Entwurf \mathbf{p}^1 bzgl. einer Zielfunktion f_1 optimal ist, für eine Zielfunktion f_2 jedoch nicht. Weiterhin kann ein anderer Entwurf \mathbf{p}^2 besser hinsichtlich f_2 sein, für f_1 jedoch nicht. Bei der Bewertung der beiden Entwürfe können sie daher jeweils weder als schlechter noch als besser gegenüber dem anderen bezeichnet werden. Es ist auch nicht richtig, zu sagen, dass aus Mangel der Vergleichbarkeit beide Entwürfe gleich gut sind, denn dies verlangt, dass für beide Entwürfe $\mathbf{f}(\mathbf{p}^1) = \mathbf{f}(\mathbf{p}^2)$ gilt. Im Allgemeinen wird diese Forderung nicht erfüllt, der Fall der Nichtvergleichbarkeit existiert somit. Die letzte Aussage führt dazu, dass es nicht mehr nur einen Entwurf \mathbf{p} gibt, welcher $\mathbf{f}(\mathbf{p})$ minimiert, sondern es existiert eine Menge an Entwürfen, die (5.4) erfüllen. Solche Entwürfe, bei denen es nicht möglich ist, einen Wert von mindestens einer Zielfunktion $f_i(\mathbf{p})$ zu verringern, ohne die Werte der anderen Ziele zu verschlechtern, werden als Edgeworth-Pareto-optimal, oder kurz Pareto-optimal, bezeichnet (nach den Wirtschaftswissenschaftlern F.Y. Edgeworth und V. Pareto) und mit \mathbf{p}^P gekennzeichnet. Es existiert also kein zulässiger Entwurf $\mathbf{p} \in P$, für dessen Bildpunkt $\mathbf{f}(\mathbf{p}) < \mathbf{f}(\mathbf{p}^P)$ gilt. Alle Entwürfe mit dieser Eigenschaft werden nach Bestle (1994) in der Menge der Pareto-optimalen Entwürfe zusammengefasst:

$$P^P := \{ \mathbf{p}^P \in P \mid \exists \mathbf{p} \in P : \mathbf{f}(\mathbf{p}) < \mathbf{f}(\mathbf{p}^P) \}. \quad (5.5)$$

Letzteres bedeutet, dass es keinen Entwurf $\mathbf{p} \in P$ gibt, der einen Gütefunktionswert erzeugt welcher kleiner ist als Gütefunktionswerte, die durch Entwürfe $\mathbf{p}^p \in P^p$ entstehen. Grafisch betrachtet liegt das Bild F^p aller Pareto-optimalen Entwürfe bei Minimierung aller Kriterien auf einem Teilstück des Randes der Kriterienmenge $F = \{ \mathbf{f}(\mathbf{p}) | \mathbf{p} \in P \}$, die alle erreichbaren Punkte im Kriterienraum umfasst. Die Pareto-optimalen Entwürfe \mathbf{p}^p selber müssen jedoch nicht auf dem Rand des zulässigen Bereiches P im Entwurfsraum liegen, Bild 5.2.

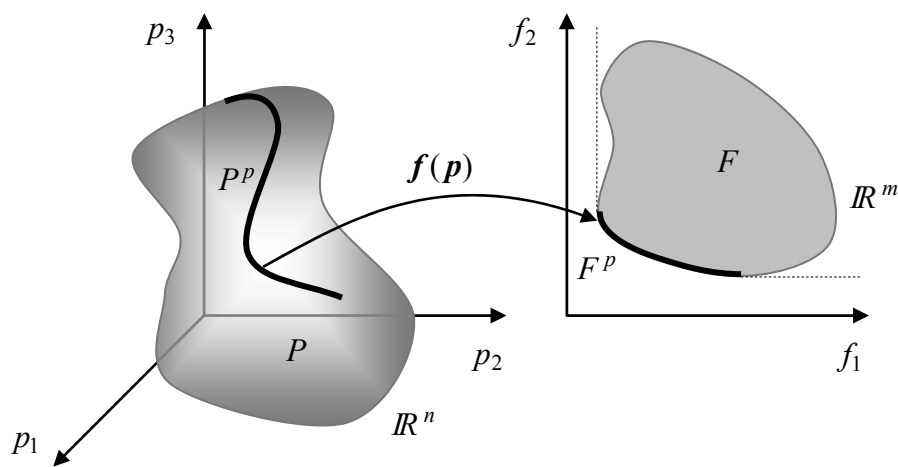


Bild 5.2: Pareto-optimale Entwürfe und eine ihrer möglichen Abbildung im Kriterienraum auf den Rand der Kriterienmenge, wenn beide Ziele minimiert werden

Durch die Nichtvergleichbarkeit der Pareto-optimalen Entwürfe (jeder dieser Entwürfe stellt ein optimales Ergebnis dar) muss der Anwender sich mit seiner Erfahrung oder seiner Intuition für einen optimalen Entwurf entscheiden. Abhängig vom Optimierungsproblem sind die Pareto-Fronten an verschiedenen Stellen der Grenzumrandung von der Kriterienmenge F . In Bild 5.3 sind die Pareto-Fronten einer zweidimensionalen min-max (a) und einer min-min (b) Optimierung abgebildet. Bei Optimierungen, bei denen eine Gütefunktion maximiert werden soll, wird, wie bereits beschrieben, eine Transformation durchgeführt, so dass auch in diesem Fall das Standardproblem der Mehrzieloptimierung nach (5.4) aufgestellt werden kann.

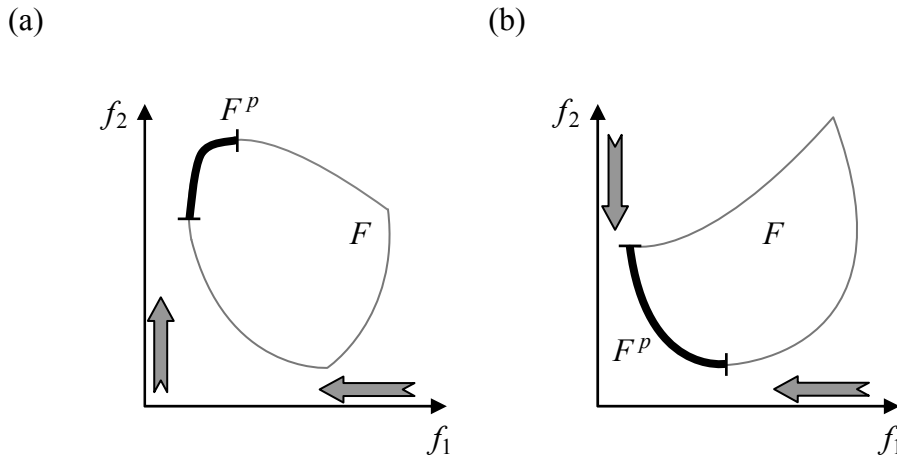


Bild 5.3: Pareto-Fronten einer min-max (a) und min-min (b) Optimierung

Eine Methode, um Mehrzielprobleme zu lösen, ist die Reduktion zu einem skalaren Optimierungsproblem, welches dann mit klassischen skalaren Optimierungsverfahren gelöst werden kann, z.B. mit dem Verfahren der gewichteten Summe oder der Kompromissmethode. Bei der Methode der gewichteten Kriterien werden die einzelnen Zielfunktionen $f_i(\mathbf{p})$ zu einer geeigneten Ersatzzielfunktion $u(\mathbf{p})$ zusammengefasst:

$$\min_{\mathbf{p} \in P} u(\mathbf{p}) \quad \text{mit} \quad u(\mathbf{p}) = \sum_{i=1}^m w_i f_i(\mathbf{p}) = \mathbf{w}^T \mathbf{f}(\mathbf{p}), \quad w_i > 0 \quad \text{bzw.} \quad \mathbf{w} > \mathbf{0}. \quad (5.6)$$

Mit Hilfe der Gewichte w_i kann die Wichtigkeit eines Kriteriums für die Optimierung beeinflusst werden. Sie werden nach den Präferenzen des Anwenders gewählt, wobei ein großes w_i für eine hohe Präferenz steht und üblicherweise zu $\sum w_i = 1$ normiert wird. In Bild 5.4 a ist diese Vorgehensweise im Kriterienraum für zwei Ziele f_1 und f_2 dargestellt. Der Entwurf B ergibt sich, wenn Kriterium f_2 wichtiger ist als Kriterium f_1 , weshalb der Gewichtungsfaktor w_2 für Kriterium zwei größer ist als der Gewichtungsfaktor w_1 . Im Vergleich dazu ist für Entwurf A Kriterium f_1 wichtiger als Kriterium f_2 . In diesem zweidimensionalen Kriterienraum sind die Höhenlinien der Ersatzzielfunktion Geradengleichungen $u = w_1 f_1 + w_2 f_2 = \text{konst.}$ bzw. $f_2 = u/w_2 - (w_1/w_2)f_1$, wobei die beiden Gewichte w_1 und w_2 den Anstieg dieser Geraden beeinflussen, beispielhaft dargestellt an den Punkten A und B in Bild 5.4 a. Nachteil der Methode der gewichteten Kriterien ist, dass sie verschiedene Pareto-Frontverläufe nicht vollständig abbilden kann. Dies gilt

besonders für Kriterienmengen F mit nicht konvexer Pareto-Front, bei welcher einzelne Lösungen nicht gefunden werden, (Bestle, 1994). Ursache dafür ist das Springen zu Pareto-optimalen Punkten, beispielsweise von Punkt A zu Punkt B, entlang der Geraden, wenn sich deren Anstieg so verändert, dass sie beide Punkte tangiert.

Eine weitere Möglichkeit der Skalarisierung des Problems ist die Kompromissmethode, bei der nur ein Ziel $f_r(\mathbf{p})$ minimiert wird. Die übrigen Ziele werden als Nebenbedingungen betrachtet, für welche obere Schranken $\tilde{f}_i = \text{konst.}$ vorgegeben werden:

$$\min_{\mathbf{p} \in P^r} f_r(\mathbf{p}) \quad \text{mit} \quad P^r := \left\{ \mathbf{p} \in P \mid f_i(\mathbf{p}) \leq \tilde{f}_i, i \neq r \right\}. \quad (5.7)$$

Durch Erhöhen bzw. Absenken dieser Schranken kann man unterschiedliche Pareto-optimale Entwürfe erhalten. In Bild 5.4 b ist erkennbar, dass vom Entwurf A ausgehend durch kontinuierliches Absenken der Schranke \tilde{f}_2 der Entwurf B gefunden wird, wenn $\tilde{f}_2 = \hat{f}_2$ ist. Analog kann ausgehend von Entwurf B der Entwurf A gefunden werden, wenn kontinuierlich die Schranke \tilde{f}_1 soweit nach links verschoben wird, dass $\tilde{f}_1 = \hat{f}_1$ gilt. Um eine Pareto-Front abzubilden, muss ein geeigneter Kompromiss zwischen den einzelnen Kriterien gesucht werden, wobei die Ziele und die Nebenbedingungen gegeneinander ausgetauscht werden können.

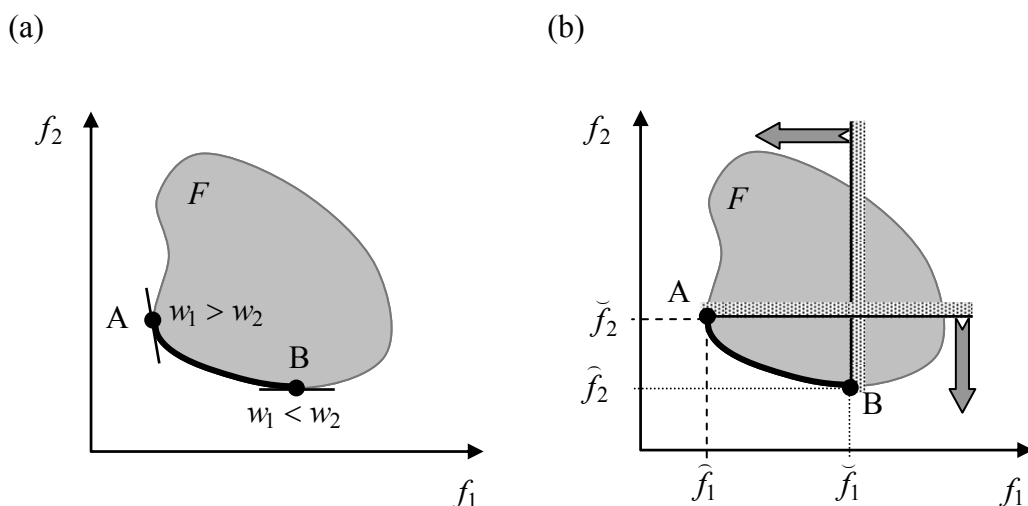


Bild 5.4: Methode der gewichteten Kriterien (a) und Kompromissmethode (b)

Optimierungsprobleme werden im Wesentlichen durch den zulässigen Parameterraum und die zu minimierenden Zielfunktionen f definiert. In Bild 5.5 ist ein exemplarischer Verlauf einer skalaren Zielfunktion dargestellt, die von den zwei Parametern p_1 und p_2 abhängt. Auf der Suche nach optimalen Werten dieser Zielfunktion sucht man immer nach Minima, also Mulden. Diese Extremalstellen können sowohl lokal als auch global sein, wobei lokale Extremalstellen nur in einer gewissen Umgebung um diese Stelle ein Minimum darstellen. Das globale Minimum liefert im Gegensatz dazu im gesamten Bereich den geringsten Wert der Zielfunktion. Ein von Mulden und Höhen geprägter Verlauf der Zielfunktion stellt besondere Anforderungen an die Optimierungsalgorithmen, da mit Optimierung in der Regel das globale Optimum gesucht wird und diverse Algorithmen nicht die Eigenschaften besitzen, dieses immer zu finden.

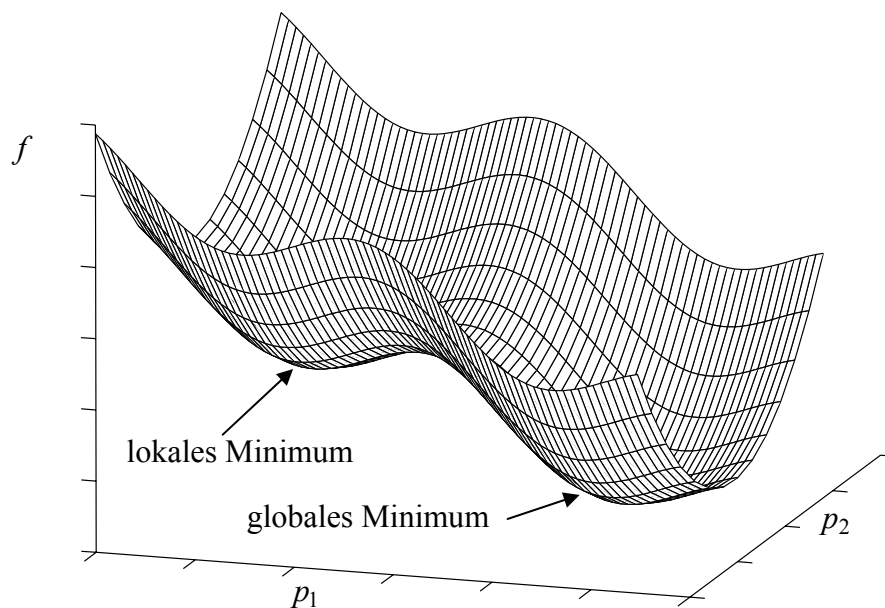


Bild 5.5: Qualitativer Verlauf einer Zielfunktion

Entspricht ein gefundener Entwurf einer unzulässigen Lösung, weil er außerhalb eines erlaubten Lösungsbereiches liegt, markiert durch obere und untere Grenzen und/oder Nebenbedingungen, kann dies mit Hilfe eines Strafterms („Penalty-Faktor“) $\psi(\mathbf{p}) > 0$ bestraft werden. Dafür wird ausgehend von der Standardformulierung des skalaren Optimierungsproblems (5.2) eine Ersatzzielfunktion

$$\tilde{f}(\mathbf{p}) = f(\mathbf{p}) + \psi(\mathbf{p}) \quad (5.8)$$

eingeführt, wodurch sich das Vektroptimierungsproblem nach (5.1) und (5.2) bzw. die Ersatzprobleme (5.6) und (5.7) zu

$$\begin{aligned} \min_{\mathbf{p} \in P} \tilde{f}(\mathbf{p}) \text{ mit } \tilde{f}(\mathbf{p}) &= f(\mathbf{p}) + \psi(\mathbf{p}) \\ P &:= \left\{ \mathbf{p} \in \mathbb{R}^n \mid \mathbf{g}(\mathbf{p}) = \mathbf{0}, \mathbf{h}(\mathbf{p}) \leq \mathbf{0}, \mathbf{p}^u \leq \mathbf{p} \leq \mathbf{p}^o \right\} \end{aligned} \quad (5.9)$$

verändern. Der Strafterm $\psi(\mathbf{p})$ kann verschiedenartig gestaltet werden. So kann er konstant oder abhängig von der Art und Weise der Verletzung sein, jedoch immer so hoch, dass er die Ersatzzielfunktion merklich verändert. Viele Algorithmen bewerten den Entwurf durch Verwendung einer derartigen Ersatzzielfunktion $\tilde{f}(\mathbf{p})$.

5.1.2 Optimierungsalgorithmen

Die meisten Optimierungsverfahren starten entweder mit einem vom Anwender vorgegebenen Entwurf \mathbf{p}^0 oder generieren sich einen zufälligen Anfangsentwurf. Ausgehend von dieser Anfangslösung teilen sich die Optimierungsalgorithmen in zwei Hauptgruppen. Entweder sie berechnen die Folge­lösungen nach fest vorgegebenen Regeln und gehören zur Gruppe der deterministischen Verfahren, oder sie involvieren Zufallsmechanismen und zählen somit zu der Gruppe der stochastischen Verfahren. Während bei Ersteren das Ergebnis bei gleichem Anfangsparametersatz immer reproduzierbar ist, unterscheiden sich diese bei der zweiten Gruppe aufgrund der implementierten Zufallsmechanismen.

In die Gruppe der deterministischen Verfahren fallen Verfahren mit partiellen Ableitungen. Diese Verfahren machen sich zu Nutze, dass die Größe der Ableitung einer Funktion

$$\nabla f(\mathbf{p}^k) = \text{grad } f(\mathbf{p}^k) = \left[\frac{\partial f}{\partial p_1} \quad \frac{\partial f}{\partial p_2} \quad \dots \quad \frac{\partial f}{\partial p_n} \right]_{\mathbf{p}^k}^T \quad (5.10)$$

an einer Stelle \mathbf{p}^k angibt, wie stark sich der Funktionswert $f(\mathbf{p}^k)$ mit Fortschreiten der Variablen ändert. Einige gradientenbasierte Verfahren verwenden die Informationen der Gradienten für eine Liniensuche. Bei der allgemeinen Liniensuche wird versucht, die Gütefunktion $f(\mathbf{p}^{k+1}(\varsigma))$ bezüglich einer Parameterkombination entlang einer Linie

$$\mathbf{p}^{k+1} = \mathbf{p}^k + \varsigma \mathbf{s}^k \quad (5.11)$$

zu verringern, wobei $\varsigma \geq 0$ eine skalare Schrittweite und \mathbf{s}^k der Richtungsvektor der Liniensuche ist. Damit für $\varsigma \geq 0$ Lösungen existieren, d.h. kleinere Gütefunktionswerte $f(\mathbf{p}^{k+1}(\varsigma))$ gefunden werden können, muss der Anstieg von $f(\mathbf{p}^{k+1}(\varsigma))$ an der Stelle $\varsigma = 0$ negativ sein und damit die Suchrichtung \mathbf{s}^k in Richtung des Abstiegs weisen. Das Suchen in Richtung der ermittelten Richtung wird solange durchgeführt, bis sich die Werte der Gütefunktion nur noch in einem vorgegebenen kleinen Bereich μ verändern, d.h. es gilt

$$|f(\mathbf{p}^{k+1}) - f(\mathbf{p}^k)| \leq \mu. \quad (5.12)$$

Ist (5.12) erfüllt, wird die Liniensuche abgebrochen und eine neue Suchrichtung \mathbf{s}^{k+1} bestimmt. Dieser Vorgang wird solange wiederholt, bis Bedingung (5.12) erfüllt ist. Die Steuerung der Schrittweitengröße ς bzw. deren Steuerung kann nach verschiedenen Methoden vorgenommen werden. Eine Möglichkeit ist, durch Vergrößerung von ς zunächst ein Minimum zwischen Ursprung und aktuellem Funktionswert einzuschließen und anschließend das so entstandene Intervall zu unterteilen, um eine akzeptable Parameterkombination zu finden, (Bestle, 1994). Wie bereits erwähnt, werden bei gradientenbasierten Verfahren für die Suchrichtung durch Ableitungen ermittelte Informationen herangezogen $\mathbf{s}^k = -\mathbf{G}^k \nabla f(\mathbf{p}^k)$, wodurch sich die allgemeine Liniensuche nach (5.11) zu

$$\mathbf{p}^{k+1} = \mathbf{p}^k - \varsigma (\mathbf{G}^k \nabla f(\mathbf{p}^k)) \quad (5.13)$$

verändert, mit \mathbf{G}^k als positiv definite Matrix und $\nabla f(\mathbf{p}^k)$ als Gradient für \mathbf{p}^k . Die Matrix \mathbf{G}^k kann sowohl die Einheitsmatrix als auch die invertierte zweiten Ableitung der Zielfunktion in Form der Hessematrix $\nabla \nabla f(\mathbf{p}^k)$ sein, was (5.13) modifiziert:

$$\mathbf{p}^{k+1} = \mathbf{p}^k - \varsigma (\nabla \nabla f(\mathbf{p}^k)^{-1} \nabla f(\mathbf{p}^k)). \quad (5.14)$$

Ersteres, d.h. $\mathbf{p}^{k+1} = \mathbf{p}^k - \varsigma (\nabla f(\mathbf{p}^k))$ kommt bei der Methode des stärksten Abstiegs zur Anwendung, letzteres wird als Newton-Verfahren bezeichnet und zeichnet sich durch eine schnelle Konvergenz besonders in der Nähe des Optimums aus. Nachteil des Newton-Verfahrens ist die Bildung der ersten und zweiten Ableitung sowie die numerische Invertierung der Hessematrix, (Kost, 2003).

Gradientenbasierte Verfahren steuern durch die Abstiegeigenschaft auf das nächstgelegene Minimum zu, wodurch sie für die Suche nach einem globalen Optimum nicht geeignet sind. Weiterhin reagieren die oben genannten Verfahren sensibel auf relativ kleine Funktionswertänderungen, was nachteilig sein kann, wenn nicht sichergestellt ist, dass diese Änderungen nur von einem neuen Entwurfsparametersatz abhängen und nicht durch äußere Phänomene bedingt werden. Beispielsweise sind Funktionswerte aus einer FE-Analyse vom erzeugten Netz abhängig. In diesem Fall kann das gradientenbasierte Verfahren eine Netzoptimierung statt eine Suche nach dem physikalischen Optimum bewirken. Zudem können diese Optimierungsverfahren nur dann für die Mehrzieloptimierung eingesetzt werden, wenn das Optimierungsproblem mit Hilfe der bereits erläuterten Verfahren skalarisiert wird.

Im Unterschied dazu können mit Hilfe von Evolutionären Algorithmen echte Mehrzieloptimierungen durchgeführt werden. Sie gehören zur Gruppe der stochastischen Verfahren und bilden eine Klasse von Verfahren, die sich die biologische Evolution aus der Natur zum Vorbild nehmen. Nach Gerdes et al. (2004) können drei Hauptrichtungen innerhalb der evolutionären Algorithmen unterschieden werden:

- Evolutionsstrategien,
- genetische Algorithmen und
- genetische Programmierung.

Allen drei Hauptrichtungen liegt das gleiche Grundprinzip zugrunde: nachdem ein Problem und die Zielfunktionen definiert sind, erzeugen die evolutionären Algorithmen eine Startpopulation aus zufällig gewählten Entwurfsparametersätzen, den Individuen. Von dieser Startpopulation ausgehend werden schrittweise neue Parametersätze bzw. Populationsmitglieder erzeugt, indem aus einer vorhandenen Generation Individuen ausgewählt werden, die als Elternpopulation Nachkommen, d.h. eine Kinderpopulation, zeugen. Bei der Generierung der Kinderpopulation kommen die Kreuzung (auch Crossover genannt), die zwei Individuen miteinander kreuzt bzw. kombiniert, und die Mutation, die eine zufällige Änderung an einem Individuum vornimmt, als genetische Operationen zur Anwendung, Bild 5.6. In die nächste Elterngeneration werden in der Regel immer nur die besten Individuen übernommen, was dem Selektionsmechanismus „der Stärkere überlebt“ (englisch:

„survival of the fittest“) entspricht. Dies kann sowohl ein Individuum aus der vorherigen Elternpopulation als auch aus der daraus erzeugten Kinderpopulation sein. Im Allgemeinen werden im Laufe der Generationen immer bessere Lösungen gefunden und der Algorithmus konvergiert, d.h. einzelne Individuen bilden die Gruppe der nichtdominierten (bzw. dominierenden) Lösungen. Trotz dieser Gemeinsamkeiten im Grundprinzip unterscheiden sich die drei Hauptrichtungen in ihrem Ursprung und in Details. Durch die ständige Weiterentwicklung der genetischen Algorithmen und Evolutionären Strategien ist heute eine harte Unterscheidung allerdings kaum mehr möglich.

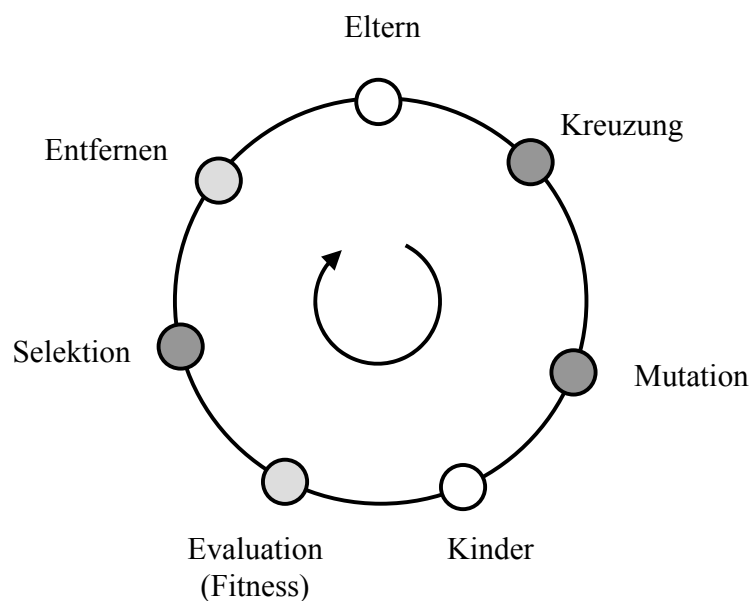


Bild 5.6: Prinzipieller Ablauf eines Evolutionszyklus

Die Evolutionsstrategien und deren Einsatz in der numerischen Optimierung wurden zuerst von Rechenberg (1964) veröffentlicht. Im Rahmen seines Vortrages konnte er vorführen, wie sich eine Gelenkplatte im Windkanal evolutiv zur Form des geringsten Widerstands entwickelte. Hans-Paul Schwefel griff die Ansätze für Evolutionsstrategien auf und entwickelte diese zuerst allein am Beispiel einer Zwei-Phasen Überschalldüse (1968) und anschließend unter Rechenberg weiter. Die biologische Evolution dient für die Evolutionsstrategien nur als Wegweiser und Richtungsgeber. Die verwendeten Parameter können sowohl reell als auch diskret im Parametervektor vorliegen. Frühe Evolutionsstrategien verwenden hauptsächlich die Mutation und die Selektion. Bei der Selektion wird der bessere ausgewählt oder,

wenn es kein besseres Individuum gibt, entscheidet der Zufall. Für weitergehende Informationen wird auf die Literatur von Rechenberg (1973, 1994) und Schwefel (1975, 1995) verwiesen.

Genetische Algorithmen gehen auf Holland (1975) und De Jong (1975) zurück, wobei letzterer diese zum ersten Mal für Optimierungsprobleme einsetzte. Im Unterschied zu den Evolutionsstrategien arbeitet der genetische Algorithmus ursprünglich mit binärer Kodierung, das bedeutet, dass der Parametervektor bzw. das Individuum durch Bitstrings kodiert ist. Als genetische Operationen wird auf Kreuzung und Mutation zurückgegriffen, wobei der Schwerpunkt bei der Kreuzung liegt.

Die genetische Programmierung ist vor allem von Koza (1990) entwickelt worden. Im Vergleich zu den anderen beiden Richtungen, die sich nur auf die Parameteroptimierung konzentrieren, steht bei der genetischen Programmierung die Entwicklung von optimalen Strategien in Form von einfachen Computerprogrammen im Vordergrund, (Gerdes et al., 2004). Im Folgenden sollen die genetischen Algorithmen und der, in der vorliegenden Arbeit angewendete Algorithmus NSGA-II näher betrachtet werden.

5.1.3 Der genetische Algorithmus

Die grundlegende Arbeitsweise von genetischen Algorithmen wurde in Kapitel 5.1.2 bereits beschrieben, jedoch sollen die wichtigsten Bausteine wie Fitnessfunktion, Selektion und die genetischen Operatoren Kreuzung und Mutation näher betrachtet werden. Anschließend wird der verwendete NSGA-II Algorithmus kurz erläutert.

Das Grundmerkmal der genetischen Algorithmen ist das Arbeiten mit kodierten Zeichen- oder Zahlenketten. Jedes Individuum besteht aus einem Chromosom und dieses aus Genen, d.h. Gene stellen einzelne Teilstücke eines Chromosoms dar, Bild 5.7. Die Ausprägung bzw. der Wert des Gens wird als das Allel bezeichnet. Das bedeutet, dass ein Individuum auf jedem Chromosom dieselben Gene hat (zum Beispiel beim Menschen das Gen der Iris-Farbe), diese sich aber unterscheiden, beschrieben durch das Allel (die Farbe der Iris an sich, beispielsweise blau oder grün). In Bild 5.7 entspricht das Allel der Eins oder der Null.

Die Fitness-Funktion entspricht entweder einer einzelnen Zielfunktion oder kann sich aus mehreren Zielfunktionen und Nebenbedingungen zusammensetzen. Sie dient der Bewertung der einzelnen Individuen und ist entscheidend für die Überlebenswahrscheinlichkeit bzw. Selektionswahrscheinlichkeit der Individuen.

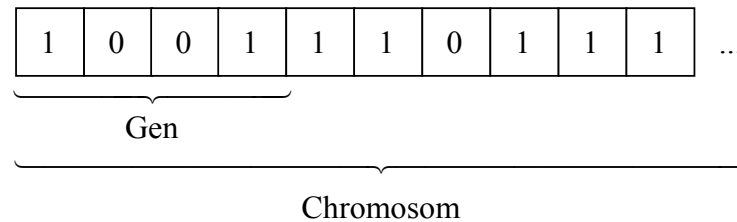
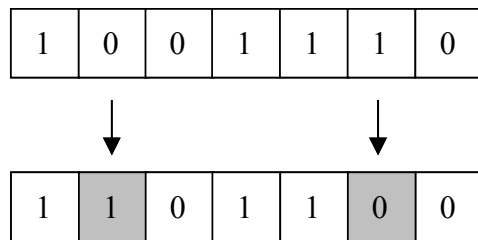


Bild 5.7: Binäre Kodierung eines Individuums

Nachdem die Fitness eines jeden Parametersatzes bzw. Individuums ermittelt ist, folgt die Selektion. Je besser die individuelle Fitness des Individuums, desto größer ist die Wahrscheinlichkeit, in eine Elterngeneration zu kommen und/oder in die nächste Generation übernommen zu werden, wobei bei genetischen Algorithmen dieser Selektionsmechanismus häufig ein stochastischer Prozess ist. Die Selektion kann statisch (Selektionswahrscheinlichkeit des Individuums wird wenigstens einmal variiert), dynamisch (Selektionswahrscheinlichkeit wird in jeder Generation neu bestimmt), diskriminierend (Auswahlwahrscheinlichkeit wird bei schlechten Individuum auf null gesetzt) und nicht diskriminierend (Auswahlwahrscheinlichkeit kann bei guten und bei schlechten Individuen auf null gesetzt werden) sein. Weiterhin gibt es die Eliteselektion, bei der die besten Individuen unverändert in die nächste Generation übernommen werden.

Mit Hilfe der genetischen Operationen werden ausgewählte Individuen mit dem Ziel verändert, neue möglichst fittere Individuen zu erzeugen. Dies geschieht durch Änderungen der Erbinformationen, wodurch sich der Verbreitungsgrad einzelner Gene erhöht. Die Mutation ändert zufällig ein oder mehrere Gene im Individuum, Bild 5.8 a. Die Kreuzung erzeugt aus zwei Individuen neue Individuen, indem einzelne Gene zwischen den gewählten Individuen ausgetauscht werden. Dafür werden beispielsweise zwei Chromosomen zufällig an einer oder mehreren Stellen geteilt und anschließend je ein Chromosomfragment mit dem anderen ausgetauscht, Bild 5.8 b.

(a) Mutation



(b) Kreuzung

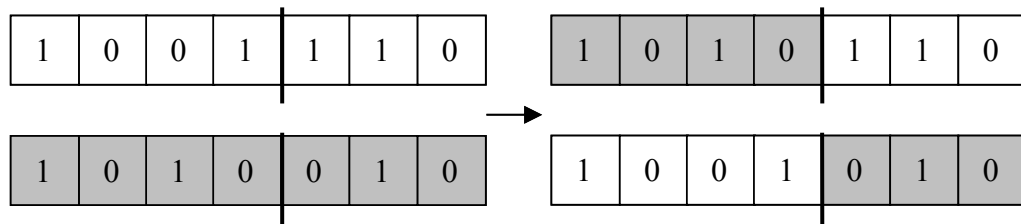


Bild 5.8: Funktionsweise von Mutation (a) und Kreuzung (b)

Es stellt sich bei den genetischen Operationen die Frage, warum die unkontrollierte Mutation neben der Kreuzung zur Anwendung kommt. Ursache dafür ist, dass es zu einer vorzeitigen Konvergenz kommen kann, wenn sich sehr früh Chromosomen durchsetzen, die einem lokalen Minimum entsprechen, (Gerdes et al., 2004). Durch Mutation werden neue Gene in die Chromosomen eingeführt und die Flexibilität bzw. Suchbreite des Algorithmus erhöht, während die Kreuzung nur auf vorhandene Gene zurückgreift und dadurch die frühzeitige Konvergenz unterstützt. Daher sollte darauf geachtet werden, dass Mutation und Kreuzung in einem geeigneten Verhältnis zueinander zur Anwendung kommen.

Bei Mehrzielproblemen soll eine gut ausgeprägte Pareto-Front im Laufe der Optimierung entstehen. Damit diese Ausprägung mit Hilfe der genetischen Algorithmen erreicht wird, müssen so genannte „Nischentechniken“ verwendet werden. Der Grundgedanke bei Nischentechniken ist an die Natur angelehnt, bei der sich Individuen in völlig verschiedene Richtungen entwickeln können und dadurch verschiedene Nischen besetzen. Innerhalb dieser Nischen existiert ein eigener Selektionsmechanismus, der sich nur auf die jeweilige Nische beschränkt und die anderen Nischen unangetastet lässt. Innerhalb eines Optimierungsalgorithmus

angewendet wird mit diesen Selektionsarten verhindert, dass sich nur eine Lösung bzw. eine Lösungstendenz durchsetzt. Die bekanntesten Nischentechniken sind die geteilte Fitness nach Goldberg (1989) und Deb (2001), und das deterministische „Crowding“ von De Jong (1975). Bei der Methode der geteilten Fitness (angelsächsisch „Fitness sharing“) werden die einzelnen Individuen nicht nur hinsichtlich ihrer Dominanz-Fitness bewertet, sondern es wird auch die Nähe und die Anzahl von benachbarten Individuen mit einbezogen. Dafür erhalten alle Nachbarn einen Verteilungswert, welcher von der Entfernung zum bewerteten Individuum abhängig ist. Je kleiner die Distanz ist, desto größer ist der Verteilungswert. Um den Fitnesswert eines Individuums nach der Methode der geteilten Fitness zu ermitteln, wird die (potentielle) individuelle Fitness auf die Summe der Verteilungswerte aller Individuen der Population bezogen. Liegen viele Individuen relativ eng beieinander, so führt das bei der geteilten Fitness dazu, dass diese trotz hoher individueller Fitnesswerte in der Gesamtbetrachtung genauso oder schlechter bewertet werden können, als Individuen mit niedrigeren Fitnesswerten, aber größerer Distanz zu anderen Individuen. Im Unterschied dazu wird beim deterministischen „Crowding“ mit einer zusätzlichen Population gearbeitet. Aus dieser werden zufällig Individuen gewählt, so genannte Crowding-Faktoren. Jedes Individuum einer neuen Population wird bitweise mit den Crowding-Faktoren verglichen und das Individuum mit der größten Ähnlichkeit durch diese ausgetauscht.

Der NSGA-II (Non-Dominated Sorting Genetic Algorithm) ist ein genetischer Algorithmus mit Elitenselektion und verschiedenen Sortierungsvorgängen. Der Mehrzielalgorithmus wurde von Deb entwickelt und ist eine Weiterentwicklung des NSGA, der von Srinivas und Deb im Jahre 1994 entwickelt wurde -im Vergleich zum NSGA-II hat der NSGA eine nichtelitäre Selektion und verwendet die geteilte Fitness (Fitness Sharing) als Nischentechnik- (Deb, 2001). Um eine neue Generation zu bilden, wird zunächst eine Ersatzpopulation R_t der Größe $2N$ aus der aus N – Individuen bestehenden Elternpopulation P_t und der durch Mutation und Kreuzung entstandenen gleichgroßen Kinderpopulation Q_t erzeugt. Anschließend werden die Individuen in R_t hinsichtlich nicht-dominierten Lösungen sortiert und in verschiedene Fronten eingeteilt. Die besten Lösungen werden dabei der ersten Lösungsfront, die zweitbesten der zweiten Front usw. zugeordnet. Aus diesen Fronten wird anschließend eine neue Elternpopulation P_{t+1} aus N – Individuen gebildet. Die Individuen der ersten Fronten werden solange unverändert in die neue Population überführt, bis nur ein Teil der Individuen einer Front überführt werden kann, Bild 5.9.

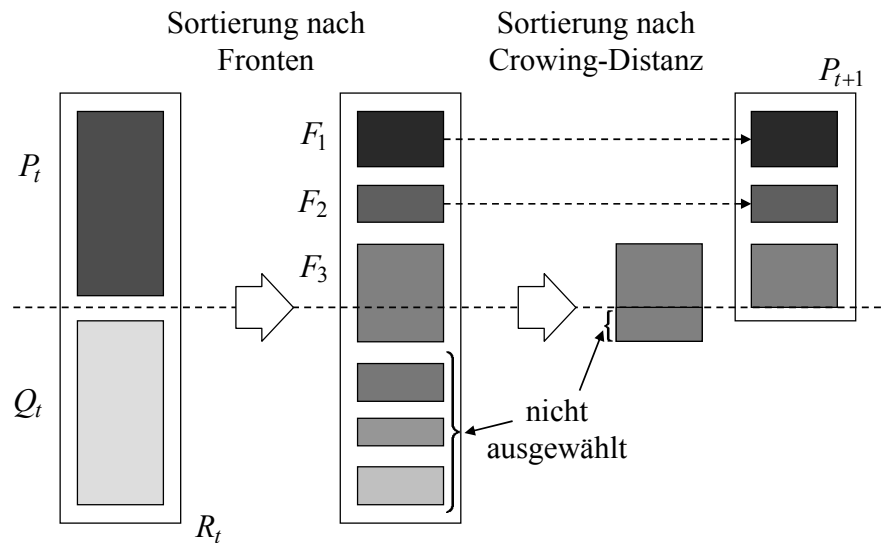


Bild 5.9: Schematische Funktionsweise des NSGA-II, (Deb, 2001)

Um zu entscheiden, welche Individuen aus dieser letzten Front in die nächste Generation übernommen werden, kommt die Crowding-Sortierung mit der Crowding-Distanz zur Anwendung. Die Crowding-Distanz ist ein gemittelter Abstand zwischen einem betrachteten Individuum i und den zwei nächsten Nachbarn. Um die Distanz zu ermitteln, wird um das i -te Individuum ein virtueller Kasten erzeugt mit den nächsten Nachbarn als Eckpunkte, wobei die gemittelte Seitenlänge des Kastens der Crowding-Distanz entspricht. Ist das i -te Individuum ein Außenpunkt auf der betrachteten Front und hat somit nur einen Nachbarn, wird der Wert für die Crowding-Distanz für dieses Individuums auf unendlich gesetzt. Ist für jedes Individuum der betrachteten Front die Crowding-Distanz ermittelt, werden die Individuen mit der größten Crowding-Distanz solange in die neue Elternpopulation übernommen, bis diese vollständig gefüllt ist, d.h. insgesamt N – Individuen enthält. Daraus wird eine Kinderpopulation Q_{t+1} mit Hilfe von Kreuzung und Mutation erzeugt. Anschließend wird die Fitness der einzelnen Individuen aus Kinder- und Elternpopulation bestimmt und mit Hilfe der dicht gedrängten Wettkampfselektion (angelsächsisch: „crowded tournament selection“) die Individuen für die neue Population ermittelt. Bei der dicht gedrängten Wettkampfselektion treten zwei Individuen zur Bewertung gegeneinander an, wobei das Individuum mit dem höheren

Dominierungsrang oder, bei gleichen Rängen, mit der größten Crowding-Distanz den Wettkampf gewinnt.

Vorteile des NSGA-II sind, dass durch Verwendung der Crowding-Distanz kein extra Nischenparameter wie bei der geteilten Fitness benötigt wird. Durch Bewahrung von elitären Individuen wird sichergestellt, dass alle gefundenen nicht-dominierten Lösungen erhalten bleiben. Nachteilig ist, dass es im Verlauf der Optimierung passieren kann, dass bereits gefundene Lösungen zu Gunsten anderer, ebenfalls nicht-dominierte, Lösungen aufgegeben werden, obwohl sich diese im weiteren Fortgang eventuell als keine Pareto-optimalen Lösungen erweisen. Dies gilt besonders für das frühe Stadium der Optimierung. Für weitere Ausführungen zum NSGA-II wird auf die Literatur von Deb (2001) verwiesen.

5.2 Prozessintegration

Bei der Prozessintegration geht es darum, verschiedene Programme, die üblicherweise losgelöst voneinander eingesetzt werden, in eine Steuerungsumgebung zu integrieren, welche die involvierten Programme und deren Datenflüsse untereinander automatisch steuert. Vorteil einer solchen Prozessintegrationsumgebung ist, dass im Vergleich zur manuellen Ablaufsteuerung sehr viel Zeit durch das automatisierte Ablaufen von Vorgängen, Datentransfers und Programmen eingespart wird. Der Anwender ist dadurch nicht mehr damit beschäftigt manuell verschiedene Werte in Steuerdateien von diversen Programmen zu ändern und kann sich somit anderen, weniger monotonen Aufgaben widmen. Durch Prozessintegration kann Optimierung im Allgemeinen und Mehrzieloptimierung im Speziellen durchgeführt werden, wobei der Anwender Entscheidungsträger bleibt, da er die verschiedenen Optimierungskompromisse diskutieren kann und die letzte Auswahl trifft.

Um eine Prozessintegration erfolgreich durchführen zu können, sind verschiedene Voraussetzungen zu erfüllen. Die wichtigste Voraussetzung ist, dass die zu integrierenden Programme „batchfähig“, d.h. skriptsteuerbar, sind und automatisch ablaufen können. Samareh (1999) stellt zwei Forderungen, um eine interdisziplinäre Analyse oder Optimierung durchführen zu können: erstens wird ein vollautomatischer Netzgenerator benötigt und zweitens muss die Geometrieerstellung bzw. -änderung als auch deren Übergabe automatisch durchführbar sein. Aus der letzten Forderung ergibt sich als weitere Voraussetzung für Prozessintegration, dass der Datentransfer zwischen den einzelnen Programmen kontrolliert und gesteuert werden kann. Dabei

ist es nicht nur notwendig, dass die involvierten Programme benötigte Daten in Form von Dateien zugänglich machen, sondern es muss ebenso gewährleistet sein, dass bestimmte, für den zu automatisierenden Prozess spezifische Dateien von anderen Programmen les- und manipulierbar sind. Beides kann erfüllt werden, wenn die Dateien im ASCII-Code (American Standard Code for Information Interchange) oder auch binär vorliegen, wobei letzteres nur bei Programmen funktioniert, die diese binären Dateien verarbeiten können. Das ASCII-Format bietet sich an, wenn Informationen aus verschiedenen Dateien extrahiert, Dateien modifiziert oder aus verschiedenen Datenquellen neue Dateien erstellt werden sollen, ohne spezielle Konverter zu benötigen.

Ein Beispiel für Datentransfer mit ASCII-Dateien und Programmsteuerung ist die automatisierte Veränderung eines CAD-Modells im CAD-System *Unigraphics*. Dieses kann eine so genannte Parameterdatei einlesen, die alle vom Modell verwendeten Parameterwerte wie die Radienwerte eines variablen Anschlussradius an einem Übergang enthält. Werden die Werte der Parameterdatei verändert, so ändert sich automatisch das Geometriemodell hinsichtlich der neuen Parameterwerte, wenn die Datei von *Unigraphics* eingelesen wird.

Eine Prozessintegrationsumgebung muss neben der reinen Steuerung der beteiligten Programme und des Datentransfers die Möglichkeit bieten, die Programme im Rahmen eines vorgegebenen Prozessflusses plattformübergreifend einzubinden. Weiterhin sollte es möglich sein, den Prozessfluss in Abhängigkeit von Zwischenergebnissen oder von den Rechenzeiten einzelner Programme zu gestalten, damit der Prozessfluss unterbrochen bzw. abgebrochen werden kann, falls es nicht nötig ist, alle eingebundenen Programme ausführen zu lassen. Mit dieser Gestaltungsmöglichkeit lässt sich Rechenzeit sparen, wenn automatisiert während des Prozessablaufes bemerkt wird, dass weitere Informationen nicht benötigt werden. Das gilt insbesondere, wenn die Dauer einer kompletten Funktionsauswertung stark von einigen wenigen Programmen abhängt. Ein Beispiel dafür ist die FE-Analyse eines Objektes, welches vorher geometrisch modifiziert werden soll. Schlug die Veränderung fehl oder ist bereits zu erkennen, dass bestimmte Anforderungen nicht erfüllt werden, so wird auch die FE-Analyse nicht mehr benötigt.

Sind alle bisher genannten Voraussetzungen erfüllt, kann die Prozessintegration mit Hilfe einer Prozessintegrations- und Steuerumgebung erfolgen. Darauf aufbauend ist es möglich, einen Optimierungsalgorithmus zu implementieren, der die Funktionalität

und Vorteile der Integrationsumgebung nutzt, um von den Analyse- und Berechnungsprogrammen die benötigten Ergebnisse der Funktionsauswertungen zu erhalten. Mit diesen können die Optimierungsparameter beurteilt und entsprechend verändert werden.

Als Prozessintegrations- und Optimierungsumgebung können entweder selbst entwickelte Umgebungen, wie das in der Skriptsprache Python geschriebene „FlowSimulator backbone system“ von Airbus, (Klenner et al., 2007), oder kommerzielle Umgebungen wie *iSight* (2005) oder *modeFRONTIER* (2005) eingesetzt werden. Für die vorliegende Arbeit wird die Prozessintegrations- und Optimierungsumgebung *iSight* verwendet. Sie bietet neben der reinen Prozessintegration die Möglichkeit, sowohl Analysen und Optimierungen durchzuführen als auch verschiedene grafische Darstellungsmöglichkeiten der gefundenen Ergebnisse.

Grundsätzlich ist für Analysen innerhalb einer Prozessintegrations- und Optimierungsumgebung in der Regel folgendes Vorgehen notwendig: im ersten Schritt wird der Prozessfluss mit allen benötigten Programmen und Datenströmen aufgebaut bzw. definiert. Ist dieser Schritt vollzogen, können Analysen und Optimierungen sowie die daraus gewonnenen Ergebnisse dargestellt und ausgewertet werden. Die Umgebung *iSight* hat für einen schnellen Datentransfer direkte Schnittstellen zu verschiedenen kommerziellen Programmen und einen eigenen „File Parser“, mit dem Input- und Outputdateien sowohl statisch als auch dynamisch durchsucht, ausgelesen und modifiziert werden können. Zusätzlich gibt es ein internes Berechnungsmodul, mit dem verschiedene Rechenoperationen möglich sind. Weiterhin können plattformunabhängig auf einfache Art und Weise verschiedenste Programme integriert, Datenflüsse gesteuert und ein Parametermanagement betrieben werden. Für die Durchführung von Optimierungen stehen verschiedene deterministische und stochastische Algorithmen, wie der NSGA-II, zur Verfügung. Des Weiteren gibt es Methoden der statistischen Versuchsplanung (angelsächsisch: „Design of Experiments“ oder kurz „DoE“), mit der ein Wirkungszusammenhang zwischen Einfluss- und Zielgrößen ermittelbar ist, sowie Methoden für Approximationsmodelle, z.B. das Antwortflächenverfahren. Die erzielten Ergebnisse können mit Hilfe verschiedener Darstellungsmöglichkeiten wie Tabellen, Diagrammen und Pareto-Bildern ausgewertet werden.

6 Optimierungsbispiel: Auslegung einer Rotorscheufel

Der Entwurf einer Rotorscheufel erfolgt mit dem Ziel, ein gewünschtes Verhalten bzw. gewünschte Eigenschaften zu erreichen. Dafür werden ausgehend von einem Anfangsentwurf durch Veränderung der Schaufelgeometrie die Eigenschaften gezielt verändert, um sie möglichst zu verbessern. Aufgrund der nichtlinearen Zusammenhänge zwischen Geometrieparametern und Eigenschaften der Schaufel, wie den Schwingungsfrequenzen und dem Dauerbeanspruchungsverhalten, sowie der Vielzahl der veränderbaren Parameter sind solche Entwurfsprozesse von Hand sehr zeitintensiv und/oder führen nicht zum gewünschten Ergebnis.

Ziel der Arbeit ist die Automatisierung eines industriellen Auslegungsprozesses und der Einsatz numerischer Optimierung, wobei aufgrund der Vielzahl möglicher Entwurfsziele ein Mehrzielkonzept verfolgt wird. Um die Entwurfsaufgabe lösen zu können, muss diese durch Festlegung von Entwurfsvariablen, Entwurfszielen und Nebenbedingungen formalisiert werden. Mögliche Entwurfsvariablen sind alle Modellparameter, die sich in vorgegebenen Grenzen variieren lassen. Bei der Auswahl ist zu beachten, dass einerseits genügend Entwurfsfreiheiten geschaffen werden, um dem Optimum nahe kommen zu können, andererseits zu viele Entwurfsvariablen die Optimierung erschweren. Entwurfsziele müssen in quantitative Bewertungsfunktionen überführt werden, so genannte Gütefunktionen. Diese stehen im bestehenden Auslegungsprozess teilweise bereits zur Verfügung, zum Teil müssen sie in einem Lernprozess durch die Analyse von „schief gelaufenen“ Optimierungsergebnissen erst entwickelt werden. Nebenbedingungen der Optimierung resultieren entweder aus physikalischen Zusammenhängen oder Mindestanforderungen.

6.1 Nebenbedingungen des Optimierungsproblems

Die im Auslegungsprozess erfassten Nebenbedingungen sind sowohl aerodynamischer als auch strukturmechanischer Art. Mit aerodynamischen Nebenbedingungen soll ein Ablösen der Strömung und das Auftreten von Verdichtungsstößen an den einzelnen Profilschnitten verhindert werden, damit der Totaldruckverlust so gering wie möglich ist. Für die Auswertung aller verwendeten aerodynamischen Kennwerte werden nur ausgewählte Profilschnitte betrachtet und

mit dem 2D-CFD Löser *Mises* analysiert, Drela und Youngren (1998). Die gewählten Profilschnitte sind in der Menge $K := \{5, 8, 11, 15, 18, 21\}$ zusammengefasst, Bild 6.1.

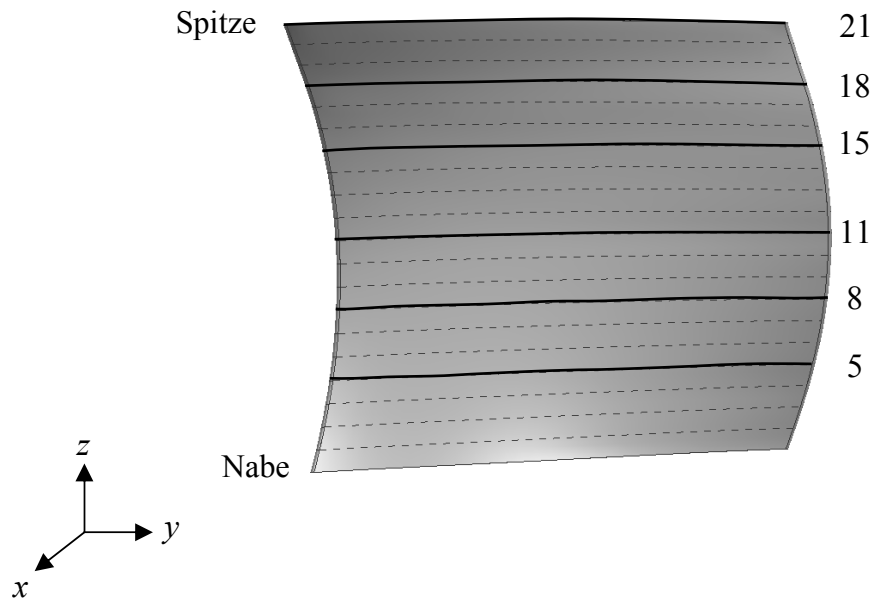


Bild 6.1: Analysierte Profilschnitte des Schaufelblattes

Die Wahl der Schnitte 18 und 21 als Kontrollprofilschnitte trägt dem Verhalten des Optimieralgorithmus Rechnung, den oberen Bereich der Schaufel ansonsten ohne Kontrolle willkürlich zu verändern, obwohl dort aufgrund der Sekundärströmungen und anderer Randeﬀekte die 2D-CFD nur unzureichende Ergebnisse liefert. Im Unterschied dazu befindet sich im Bereich der Profilschnitte 1 bis 4 der Anschlussradius, weshalb diese nicht in die CFD-Analyse eingehen. Zum Vergleich der berechneten aerodynamischen Werte wird eine Referenzschaufel gewählt, die zu Beginn des Optimierungsprozesses an denselben Profilschnitten analysiert und ausgewertet wird. Die ermittelten Werte sollen als Referenzwerte fungieren, so dass gefundene und als zulässig bewertete Entwürfe eine ähnliche aerodynamische Charakteristik aufweisen wie die Referenzschaufel. Hintergrund ist, dass die gewählte Referenzschaufel aus einem Schaufelverbund heraus gelöst wird und ein optimaler Schaufelentwurf diese ersetzen können sollte, ohne die vorhergehenden und nachfolgenden Schaufelreihen nachteilig, zum Beispiel durch Fehlanströmung, zu beeinflussen.

Charakteristische Größe dafür, ob Verdichtungsstöße auftreten, ist die Machzahl M_k entlang der aerodynamisch höher belasteten Profilseite, der Saugseite, des k -ten

Profilschnitts. Diese darf in einem bestimmten Konturbereich $s \in [r_{LE}, 1]$ einen bestimmten Wert M^c nicht überschreiten. Der auf Eins normierte Bereich $[r_{LE}, 1]$, beginnt an der Vorderkante mit $s = 0$ und endet am Ende der Saugseite des Profils. Für die Forderung

$$\max_{k \in K} \left(\max_{s \in [r_{LE}, 1]} M_k^{SS}(s) \right) \leq M^c \quad (6.1)$$

wird zuerst von allen Profilschnitten k die jeweils größte, im Bereich $[r_{LE}, 1]$ auftretende Machzahl der Saugseite $M_k^{SS}(s)$ heraus gefiltert, um anschließend aus der so entstandenen neuen Menge die wiederum größte Machzahl über alle Profilschnitte $k \in K$ hinweg herauszufinden. Diese Machzahl wird verwendet, um zu überprüfen, ob sie kleiner ist als eine bestimmte, auf dem Referenzentwurf basierende, kritische Machzahl M^c , denn damit ist gewährleistet, dass die Machzahl im gesamten betrachteten Bereich unterhalb der kritischen Machzahl liegt.

Aussagen über das Ablösen der Strömung macht der Grenzschichtformfaktor (siehe Abschnitt 2.1) an der Hinterkante des k -ten Profilschnitts $\bar{H}_{E,k}$. Auch hier darf der Grenzschichtformfaktor auf der Saugseite aller analysierten Schaufelprofile k einen bestimmten Wert \bar{H}^c nicht überschreiten:

$$\max_{k \in K} \bar{H}_{E,k}^{SS} \leq \bar{H}^c. \quad (6.2)$$

Neben den charakteristischen Indikatoren für Verdichtungsstoß und Strömungsablösung ist die Abströmung an der Hinterkante der Saugseite mit dem Winkel α_E des Profilschnitts wichtig, Bild 2.2. Ausgehend von einem immer gleich vorgegebenen Anströmwinkel α_I ist α_E ein Maß für die Umlenkung, die der Profilschnitt erreicht. Gefordert ist, dass die Abströmwinkel aller Profilschnitte k mindestens die Werte der Abströmwinkel α_k^c des von Hand ausgelegten Referenzentwurfs erreichen:

$$\alpha_{E,k} \leq \alpha_k^c, \quad \forall k \in K. \quad (6.3)$$

Die strukturmechanischen Nebenbedingungen sollen hauptsächlich das Auftreten von Resonanzschwingungen der Schaufel verhindern und deren Dauerfestigkeit bei dynamischer Anregung gewährleisten. Zur Vermeidung von dauerhaften Resonanzzuständen wird für jede betrachtete Drehzahlharmonische j ein kritischer

Drehzahlbereich definiert, der bei einer kritischen Drehzahl \bar{n}_j^c beginnt und bei der normierten Maximaldrehzahl \bar{n}_{\max} endet. In diesem so definierten Drehzahlbereich darf kein Schnittpunkt der j -ten Drehzahlharmonischen mit allen betrachteten Eigenfrequenzen liegen:

$$\bar{n}_{i,j} \notin [\bar{n}_j^c, \bar{n}_{\max}], \quad \forall i \in I, j \in J. \quad (6.4)$$

Ein Beispiel für einen zu vermeidenden kritischen Drehzahlbereich ist im

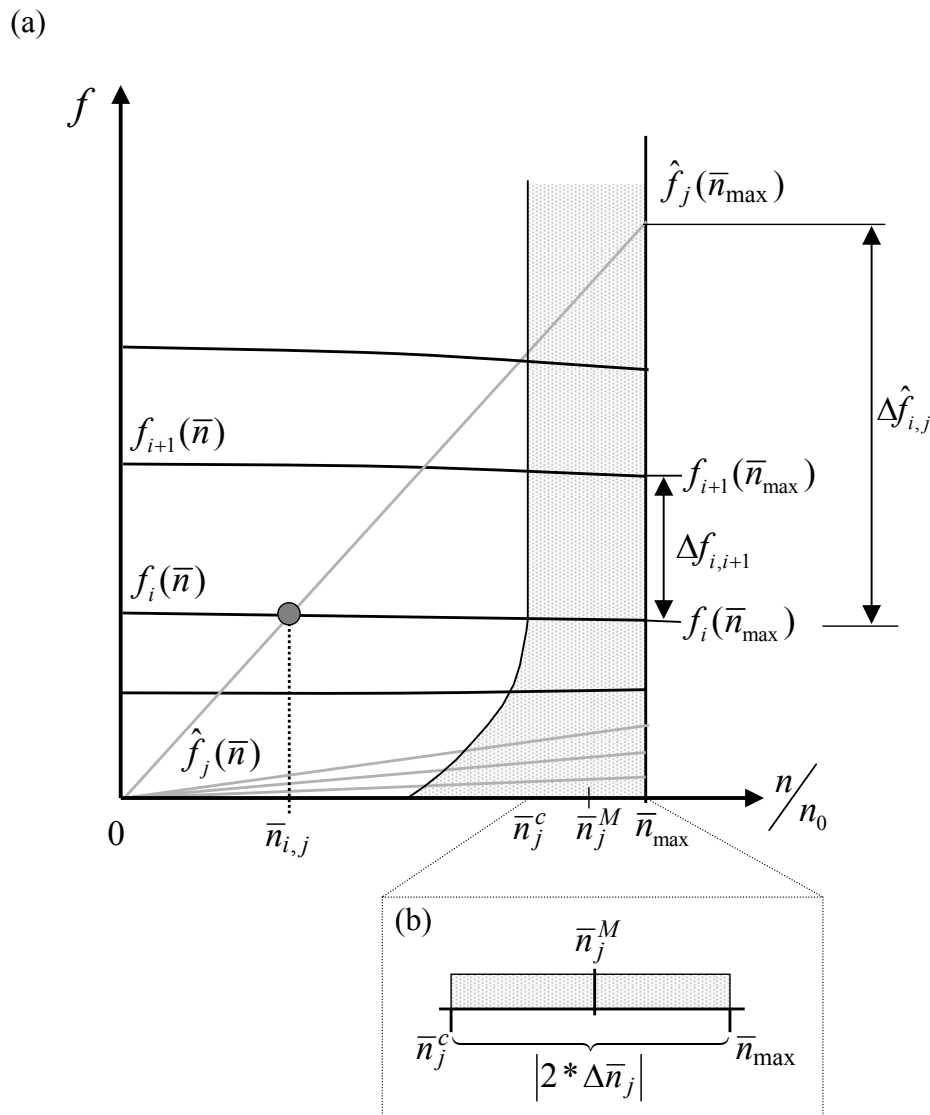


Bild 6.2: CAMPBELL-Diagramm mit Resonanzvermeidungskriterien

CAMPBELL-Diagramm von Bild 6.2 a gerastert dargestellt.

Der Drehzahlbereich ist bezüglich auftretender Resonanzen deswegen kritisch, weil sich darin Drehzahlen befinden, die über einen längeren Zeitraum, wie beim Startvorgang oder Reiseflug, konstant gehalten werden. Bei der Nebenbedingung (6.4) muss der Optimieralgorithmus jeden gefunden Entwurf hinsichtlich der beiden Grenzen des nicht erlaubten Drehzahlbereiches mit Hilfe einer „kleiner als“ und einer „größer als“ Ungleichung überprüfen. Durch eine geschickte Transformation kann dies umgangen werden. Mit Hilfe der Hälfte der Länge des nicht erlaubten Bereiches

$$\Delta \bar{n}_j = \frac{\bar{n}_{\max} - \bar{n}_j^c}{2} \quad (6.5)$$

und der Mitte

$$\bar{n}_j^M = \frac{\bar{n}_j^c + \bar{n}_{\max}}{2}, \quad (6.6)$$

Bild 6.2 (b), kann die Bedingung (6.4) in jeweils eine einzelne Ungleichung

$$\min_{i \in I} \left(|\bar{n}_{i,j} - \bar{n}_j^M| \right) \geq \Delta \bar{n}_j, \forall i \in I, j \in J \quad (6.7)$$

überführt werden. Mit ihr wird für jede Drehzahlharmonische der kleinste Abstand zwischen Resonanzdrehzahl und der Mitte des kritischen Drehzahlbereiches auf einen Mindestabstand hin überprüft.

Als weiteres Resonanzvermeidungskriterium wird der relative Abstand aller Eigenfrequenzen f_i von den Anregungsfrequenzen \hat{f}_j bei maximaler Rotordrehzahl nach (4.61) herangezogen. Diese müssen für jede Anregung einen Mindestwert \hat{v}_j^c haben, d.h.

$$\min_{i \in I} \hat{v}_{i,j}(\bar{n}_{\max}) \geq \hat{v}_j^c \quad \forall j \in J. \quad (6.8)$$

Damit wird sichergestellt, dass bei Änderung der Eigenfrequenzen, beispielsweise hervorgerufen durch Herstellungstoleranzen, sich diese nicht mit den Anregungsfrequenzen überschneiden und so zu ungewollten Resonanzen führen.

Zur Vermeidung von Modenkopplungen und damit eventuell auftretenden Amplitudenüberhöhungen wird gefordert, dass der relative Abstand (4.62) einer Eigenfrequenz f_i von der nächst höheren Eigenfrequenz f_{i+1} bei maximaler Rotordrehzahl ebenfalls einen Mindestwert hat:

$$\min \nu_{i,i+1} \geq \nu^c. \quad (6.9)$$

Weitere strukturmechanische Nebenbedingungen sind Mindestwerte für die als charakteristische Flutterindikatoren verwendeten reduzierten Frequenzen. Für das Flattern werden die erste Biegung mit der zugehörigen Eigenfrequenz $f_{IB} = f_{IB}(\bar{n}_{\max})$ und die erste Torsion mit der Eigenfrequenz $f_{IT} = f_{IT}(\bar{n}_{\max})$ für den jeweils zu identifizierenden Schwingungsmodus i als kritisch eingestuft, Armstrong und Stevenson (1960) und Armstrong (1967). In beiden Fällen muss die reduzierte Frequenz (4.77) einen vorgegebenen Mindestwert aufweisen:

$$\tilde{\omega}_{IB} = \frac{2\pi f_{IB}(\bar{n}_{\max})C}{w} \geq \tilde{\omega}_{IB}^c, \quad (6.10)$$

$$\tilde{\omega}_{IT} = \frac{2\pi f_{IT}(\bar{n}_{\max})C}{w} \geq \tilde{\omega}_{IT}^c. \quad (6.11)$$

Für den eigenfrequenzabhängigen af -Wert nach Gleichung (4.74) wird ebenfalls ein Mindestwert gefordert

$$af_i \geq af_i^c, \quad (6.12)$$

welcher aus den Erfahrungen von durchgeführten Festigkeitsuntersuchungen und Service- bzw. Wartungsarbeiten resultiert.

6.2 Ziele des Optimierungsproblems

In der Regel kommt es bei der Auslegung von Triebwerksschaufeln zu Konflikten zwischen den aerodynamischen Anforderungen an die Leistungsfähigkeit bzw. dem Wirkungsgrad der Schaufel und den strukturmechanischen Anforderungen hinsichtlich Lebensdauer. Beide Aspekte sind für potenzielle Abnehmer von Triebwerken gleich wichtig, weshalb sie gleichrangig und in vollem Umfang, d.h. ohne vereinfachte Annahmen, in Form einer interdisziplinären Mehrzieloptimierung beachtet und abgebildet werden. Dies führt dazu, dass neben den bereits genannten

interdisziplinären Nebenbedingungen zwei gegensätzliche interdisziplinäre Zielgrößen in das Optimierungsproblem eingebunden sind.

Ein typisches Ziel der aerodynamischen Auslegung eines Schaufelblattes ist die Reduzierung der aerodynamischen Strömungsverluste. Um einen repräsentativen Verlustwert (2.10) eines Schaufelblattes zu erhalten, wird dieser an ausgewählten Profilschnitten $k \in K$, Bild 6.1, mit Hilfe des 2D-CFD Löfers *Mises* ermittelt und anschließend daraus ein Mittelwert

$$\omega^M = \frac{1}{|K|} \sum_{k \in K} \omega_k^* \quad (6.13)$$

gebildet. Das zweite Ziel betrifft die Flatteranfälligkeit des Schaufelblattes als strukturmechanisches Kriterium. Die dafür repräsentative reduzierte Frequenz bezüglich der ersten Biegeeigenform $\tilde{\omega}_{1B}$ soll daher nicht nur einen erforderlichen Mindestwert (6.10) haben, sondern auch möglichst groß sein, damit die Schaufel gegenüber Flattern unempfindlich ist. Die Ziele hängen beide von der Geometrie der Schaufel ab, wobei ein geringer Verlust mit möglichst dünnen und eine hohe reduzierte Frequenz mit möglichst steifen, und damit i. d. R. dickeren, Schaufelblättern erreicht werden kann.

Um die beiden Ziele in die Standardform (5.4) der Optimierung zu überführen, wird statt der Maximierung von $\tilde{\omega}_{1B}$ eine Minimierung bezüglich $-\tilde{\omega}_{1B}$ durchgeführt. Die Optimierungsziele können somit durch

$$\min_{p \in P} \begin{bmatrix} \omega^M \\ -\tilde{\omega}_{1B} \end{bmatrix} \quad (6.14)$$

formuliert werden, wobei P die Menge der zulässigen Entwürfe beschreibt.

6.3 Entwurfparameter des Optimierungsproblems

Um die geforderten Kriterien, bestehend aus Zielen und Nebenbedingungen, erfüllen zu können, müssen Entwurfparameter freigegeben werden. Potentielle Entwurfparameter sind geometrische Auslegungsgrößen des Schaufelblatts wie Keilwinkel und Metallwinkel an Vorder- und Hinterkante, Kontrollpunkte der Druck- und Saugseite, aber auch der Anschlussradius als Verbindung des Schaufelblattes mit dem Schaufelfuß. Um das bis hierhin diskutierte und

vorgeschlagene Konzept zu demonstrieren, werden für das Optimierungsbeispiel die maximale Dicke und der Metallwinkel an Vorder- und Hinterkante eines jeden Profilschnittes des Schaufellblattes, sowie die Radien an vier verschiedenen Stellen des variablen Anschlussradius als Entwurfparameter gewählt, da jeder der genannten Entwurfparameter eine Wirkung auf das Verhalten der Schaufel hat und repräsentativ für die Gruppe der auf diese Parameter basierenden geometrischen Objekte ist.

Die maximale Dicke beeinflusst die Schaufel hinsichtlich ihrer aerodynamischen und strukturmechanischen Eigenschaften. Sie hat nicht nur Einfluss auf die Umströmung des Profils und damit auf den Verlust, sondern auch auf die Eigenfrequenzen durch Änderung des Flächenträgheitsmoments des Schaufelblatts und damit auf die reduzierte Frequenz. Wird die maximale Dicke in dem Schaufelblattgenerator *Parabla* verändert, werden die anderen geometrischen Größen eines Profilschnittes automatisch so angepasst, dass die vorgegebene maximale Dicke und ein vorgeschriebener Verlauf des auf die Sehnenlänge bezogenen Dickenverhältnisses erreicht wird. Die Metallwinkel beeinflussen die Stellung des Profilschnittes in der Strömung, wodurch direkt der Verlust beeinflusst wird. Werden die Metallwinkel zu stark geändert, kann es zu Fehlstellungen des Profilschnittes und dadurch zu Fehlanströmung kommen. Wie im zweiten Kapitel bereits beschrieben, werden nicht die diskreten Werte von maximaler Dicke und der beiden Metallwinkel der einzelnen Profilschnitte verändert, sondern die freibeweglichen Steuerpunkte der B-Splines, welche jeweils die radial verteilten Parameter approximieren. Für das Beispiel werden B-Splines mit je fünf Steuerpunkten verwendet und ihre Lage nur bezüglich der jeweiligen Größe, d.h. nur horizontal, variiert, Bild 6.3 a, wodurch sich der jeweilige Verlauf und damit die entsprechenden diskreten Werte verändern. Die Lage der Steuerpunkte bezüglich der Profilschnitte bleibt unverändert, damit die Charakteristiken aller neu gefunden radialen Verteilungen den Verteilungen der Referenzschaufel ähnlich sind, um eine grundsätzliche Auslegungsphilosophie beizubehalten.

Der Anschluss des Schaufelblatts an die Schaufelplattform erfolgt durch einen umlaufenden Anschlussradius. Dieser ist nicht notwendig konstant, sondern kann an verschiedenen Stellen unterschiedliche Werte annehmen. Als Entwurfvariablen wird der Anschlussradius an vier Stellen, d.h. $r_{LE}^{SS}, r_{TE}^{SS}, r_{LE}^{PS}, r_{TE}^{PS}$ verändert, Bild 6.3 b. Der Anschlussradius hat Einfluss auf die Eigenfrequenzen und die Größe der Spannungswerte im Übergangsbereich von Schaufelblatt zu Schaufelfuß.

Die Koordinaten der Steuerpunkte und die Anschlussradien werden im Parametervektor \mathbf{p} zusammengefasst:

$$\mathbf{p} = [T_{\max}^0, T_{\max}^1, T_{\max}^2, T_{\max}^3, T_{\max}^4, \beta_I^0, \beta_I^1, \beta_I^2, \beta_I^3, \beta_I^4, \dots, \beta_E^0, \beta_E^1, \beta_E^2, \beta_E^3, \beta_E^4, r_{LE}^{SS}, r_{TE}^{SS}, r_{LE}^{PS}, r_{TE}^{PS}]^T. \quad (6.15)$$

Mit dem Parametervektor, den Nebenbedingungen und den Optimierungszielen lässt sich das Optimierungsproblem wie folgt beschreiben:

$$\min_{\mathbf{p} \in P} \begin{bmatrix} \omega^M \\ -\tilde{\omega}_{IB} \end{bmatrix}, \quad P = \left\{ \mathbf{p} \in \mathbb{R}^{19} \mid \begin{bmatrix} \max_{k \in K} \left(\max_{s \in [r_{LE}, 1]} M_k^{SS}(s) \right) - M^c \leq 0 \\ \max_{k \in K} \bar{H}_{E,k}^{SS} - \bar{H}^c \leq 0 \\ \alpha_{E,k} - \alpha_k^c \leq 0 \\ \min_{i \in I} \left(|\bar{n}_{i,j} - \bar{n}_j^M| \right) - \Delta \bar{n}_j \geq 0 \\ \min_{i \in I} \hat{v}_{i,j}(\bar{n}_{\max}) - \hat{v}_j^c \geq 0 \\ \min_{i \in I} v_{i,i+1} - v^c \geq 0 \\ \tilde{\omega}_{IB} - \tilde{\omega}_{IB}^c \geq 0 \\ \tilde{\omega}_{IT} - \tilde{\omega}_{IT}^c \geq 0 \\ af_i - af_i^c \geq 0 \end{bmatrix} \right\}. \quad (6.16)$$

mit $i \in I, j \in J, k \in K$

wobei die Bedingung $\alpha_{E,k} - \alpha_k^c \leq 0$ für jeden einzelnen Profilschnitt k getrennt voneinander gilt.

6.4 Prozessintegration

Nachdem ein für die Optimierung geeignetes Vorgehen zur Beeinflussung der Schaufelblattgeometrie gefunden ist, die Erzeugung einer Gesamtschaufelgeometrie, sowie die aerodynamischen als auch strukturellen Analysen mit zugehörigen Auswertungsprozessen automatisiert sind, werden alle Teilaspekte einer Schaufelauslegung in einem Gesamtprozess zusammengeführt und in einen Optimierungskreislauf eingebettet, Bild 6.4. Dafür werden die kommerzielle Optimierungs- und Steuerungsumgebung *iSight* und die freie Skriptsprache *Python* verwendet, um die Datenflüsse zwischen den Programmen der unterschiedlichen Disziplinen zu harmonisieren, sowie die Programme an sich zu kontrollieren und die erzeugten Ergebnisse aufzubereiten. Vorteil von *Python* ist deren uneingeschränkter

Einsatz auf allen Plattformen und die Möglichkeit, komplexe Prozesse automatisiert zu steuern, wodurch die bei einem Prozessdurchlauf benötigte Zeit verringert werden kann.

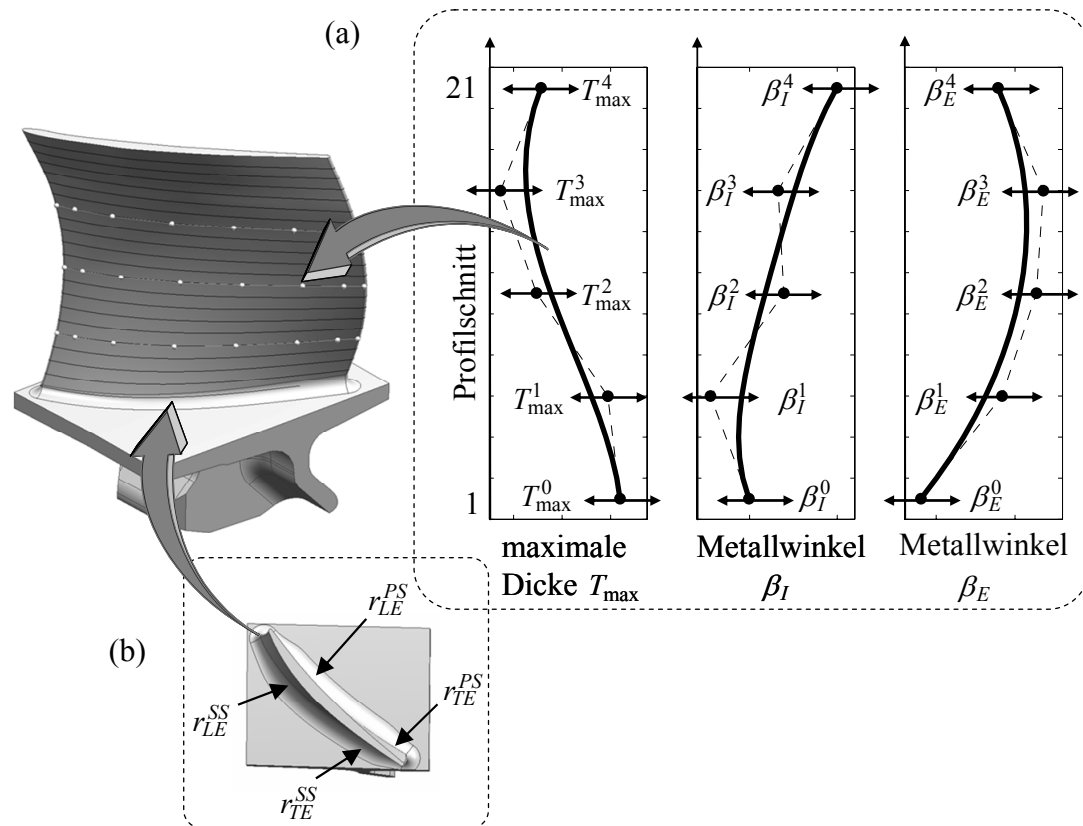


Bild 6.3: Entwurfparameter für Schaufelblatt (a) und Anschlussradius (b)

Aufgrund der Tatsache, dass der strukturmechanische Teil des Analyseprozesses wesentlich zeitaufwändiger ist als die aerodynamische 2D-CFD Analyse, wird der Optimierungsprozess verzweigt aufgebaut, Bild 6.4. Erfüllt ein Entwurf die aerodynamischen Kriterien nicht, wird der Entwurf bereits verworfen bzw. er bekommt einen hohen Strafterm und dadurch eine schlechte Bewertung, ohne die zugehörige FE-Analyse durchzuführen. Mit dieser Strategie kann die Dauer von Optimierungsdurchläufen mit schlechten oder unzulässigen Entwürfen signifikant reduziert werden.

Der in *iSight* realisierte automatisierte Schaufelentwurf besteht aus drei Teilen. Der erste Teil, in Bild 6.5 als linke Spalte dargestellt, ist die Initialisierung des Prozessflusses speziell der Optimierung. Der Optimierungsalgorithmus benötigt für die

Entwurfsbewertung und die Suche nach optimalen Entwürfen bzw. Designs Funktionswerte, die er auswerten kann. Darauf basierend verändert der Algorithmus die Entwurfparameter (Lage der Steuerpunkte der drei Verteilungen und die Anschlussverrundungen). Um die Funktionswerte für die neuen Entwürfe zu erhalten, wird jeweils der Schaufelentwurfsprozess mit den neuen Entwurfparametern durchgeführt. Dafür steuert *iSight* die benötigten externen Programme und *Python*-Skripte an, kontrolliert den Datenfluss und liest die entstehenden Ergebnisdateien mit Hilfe des implementierten „file parsers“ aus.

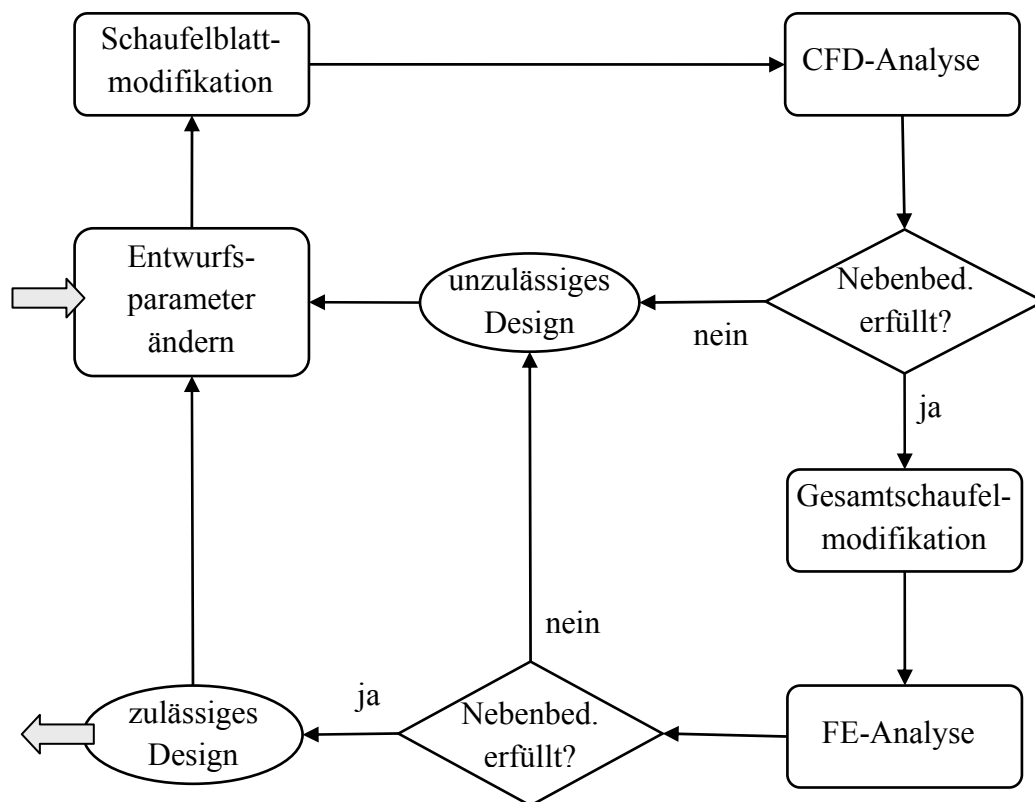


Bild 6.4: Allgemeiner Optimierungskreislauf des Schaufelentwurfsprozesses

Bevor der Schaufelentwurfsprozess aufgebaut und gestartet werden kann, muss einmalig ein parametrisiertes CAD-Modell der Schaufel bestehend aus Schaufelblatt und Schaufelfuß erzeugt werden, wobei das Ausgangsschaufelblatt mit Hilfe der Knowledge-Fusion Schnittstelle einzuladen ist, um es parametrisiert im Schaufelmodell vorliegen zu haben. Ist das Geometriemodell erzeugt, erhalten alle

wichtigen Kanten und Flächen eindeutige Bezeichnungen. Dies ist notwendig, um bei der automatischen FE-Analyse an den richtigen Stellen die Randbedingungen aufzubringen und Ergebnisse extrahieren zu können.

Der realisierte Prozess des Schaufelentwurfs, Bild 6.5, beginnt mit der Umrechnung der vom Optimierungsalgorithmus festgelegten Steuerpunktkoordinaten in die einzelnen radialen Verteilungen bzw. zugehörigen diskreten Werten von maximaler Dicke und den Metallwinkeln an Vorder- und Hinterkante. Dies geschieht durch Übergabe der entsprechenden Steuerpunktkoordinaten an das Programm *MATLAB*. Die zurückgegebenen diskreten Werte für die einzelnen Profilschnitte werden von *iSight* mit Hilfe des „file parsers“ in die Steuerdatei von *Parablading* eingetragen. Auf die gleiche Weise werden die Werte der Anschlussradien in der Parameterdatei von *Unigraphics* verändert.

Zur Erzeugung einer neuen Schaufel wird anschließend zunächst das Programm *Parablading* aufgerufen, das ein angepasstes Knowledge-Fusion-Skript (die so genannte dfa-Datei) mit den veränderten Steuerpunkten und zugehörigen Knotenvektoren aller Profilschnitte und die vom 2D-CFD Programmpaket *Mises* benötigten Dateien der zu untersuchenden Profile erzeugt. Aufgrund der kurzen Analysezeit, die *Mises* für die CFD-Untersuchung der Profilschnitte benötigt, wird zuerst die aerodynamische Analyse durchgeführt, um die Größen für die aerodynamischen Nebenbedingung zu ermitteln und diese hinsichtlich der zugehörigen Kriterien zu untersuchen. In Abhängigkeit von den Ergebnissen wird entweder der Schaufelentwurfsprozess fortgesetzt oder abgebrochen, denn es ist wenig sinnvoll, eine zeitaufwändige Strukturanalyse durchzuführen, wenn eine aerodynamische Nebenbedingung nicht erfüllt ist. Bei Nichterfüllung wird die Zielfunktion durch einen Strafterm erhöht und der Parametersatz als nicht zulässiger Entwurf gewertet. Ein *Python*-Skript steuert das Programmpaket *Mises*, indem es zuerst den Programmteil *iset* zur Netzgenerierung, anschließend *ises* zur Strömungsberechnung und zum Abschluss *iplot* zur Erstellung der Ergebnisdateien startet. Um die gewonnenen aerodynamischen Daten in *MATLAB* leichter auswerten und Gaslasten für die strukturmechanische Analyse erstellen zu können, werden die Daten durch ein weiteres *Python*-Skript aufbereitet.

Sind die aerodynamischen Nebenbedingungen erfüllt, wird der Prozess fortgesetzt. Mithilfe einer einmalig zu erstellenden Makro-Datei, welche die Ablaufsteuerung von *Unigraphics* (bzw. UG-NX2) enthält, wird das in *Parablading* modifizierte und

mit Hilfe der dfa-Datei nach *Unigraphics* transferierte Schaufelblatt mit den veränderten Anschlussradien kombiniert und dadurch das CAD-Modell der Schaufel modifiziert.

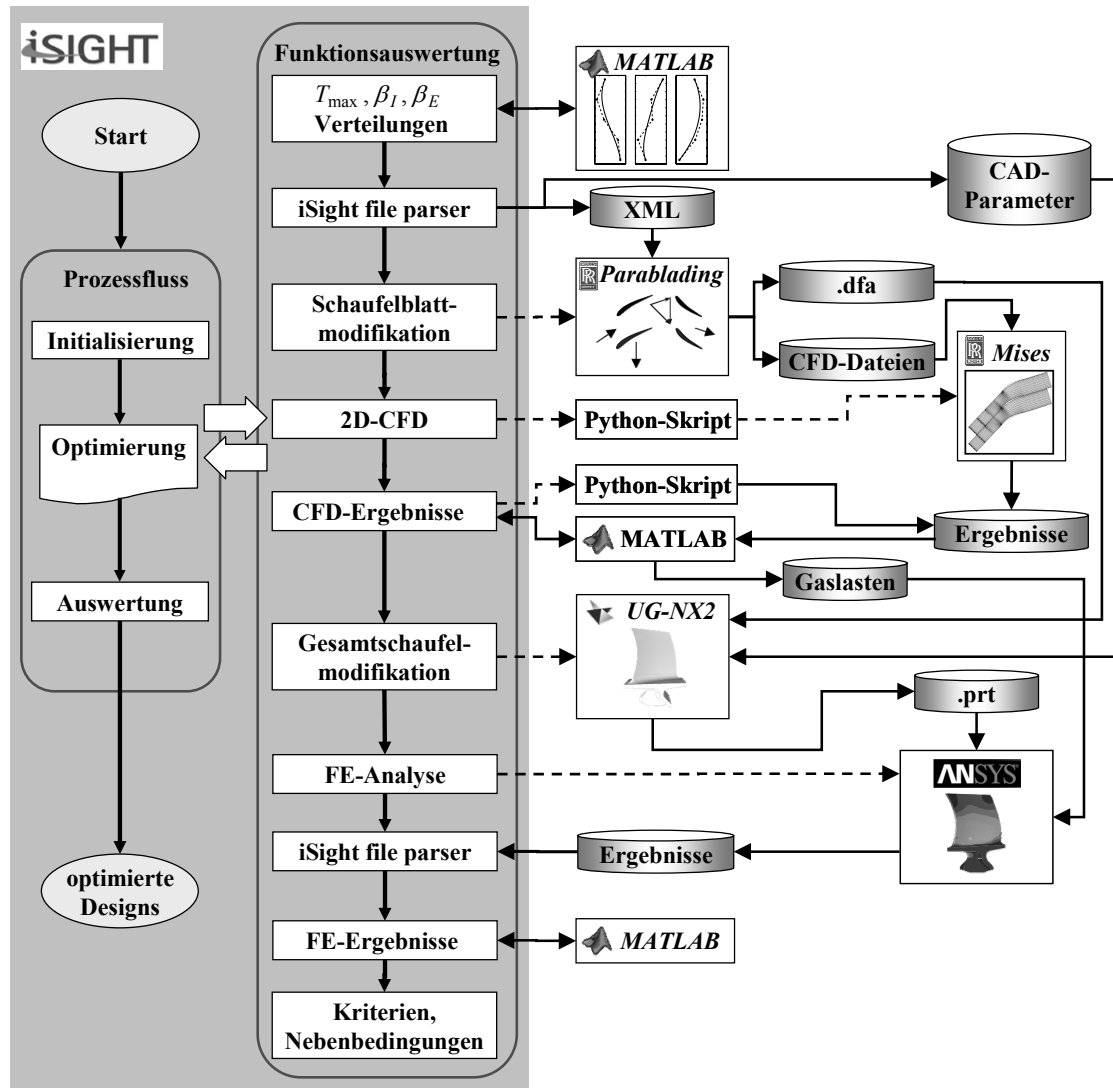


Bild 6.5: In *iSight* realisierter automatisierter Schaufelentwurfsprozess

Die neue Schaufelgeometrie wird als native CAD-Geometriedatei (*.prt Datei) abgespeichert und direkt in das FE-Programm *ANSYS* importiert. Um die Gaslasten und Randbedingungen an den richtigen Stellen des CAD-Modells aufbringen zu können, wird aus *ANSYS* heraus ein *Python*-Skript aufgerufen, welches die in *Unigraphics* vorgenommenen Flächenbenennungen in die *ANSYS*-typischen Bezeichnungen überführt und diese an *ANSYS* zurück gibt. Im Anschluss daran erfolgt automatisch die Modellvernetzung, das Aufbringen der Gaslasten und

anderer Randbedingungen, sowie die FE-Analyse an sich. Die resultierenden Spannungs- und Schwingungsergebnisse werden von *ANSYS* in eine Ausgabedatei geschrieben, aus der mit Hilfe des *iSight* „file parsers“ die wesentlichen Informationen extrahiert, anschließend an *MATLAB* übertragen, dort hinsichtlich der strukturellen Kriterien aufbereitet und an *iSight* wieder zurückgegeben werden.

Während des Auswertungsprozesses kann der Fall eintreten, dass das CAD-System die Änderungen nicht umsetzen kann, das FE-System Vernetzungsprobleme hat oder die aerodynamischen bzw. strukturellen Analysen nicht konvergieren. Solche Fälle werden jeweils an entsprechender Stelle innerhalb *iSight* abgefangen, wobei der Analyseprozess abgebrochen wird und den Kriterien- und Nebenbedingungsfunktionen entsprechend hohe Strafwerte zugeordnet werden. Die fehlende Robustheit des kompletten Durchlaufens des Entwurfs- und Bewertungsprozesses stellt für die Optimierung ein ernsthaftes Problem dar. Sie verhindert in den meisten Fällen den Einsatz von effektiven gradientenbasierten Verfahren, da deren numerische Differenzenverfahren durch die unstetigen Strafterme fehlerhafte Gradienten erzeugen würden. Ein weiteres Problem bei gradientenbasierten Optimierungsalgorithmen ist die völlige Entkopplung der einzelnen Auswertungsprozesse. Funktionswertänderungen entstehen dann nicht nur durch veränderte Entwurfsvariablen, sondern auch durch veränderte Netze der FE-Systeme, die bei der automatischen Vernetzung unabhängig voneinander entstehen. Gradienten reagieren auf solche Netzänderungen besonders empfindlich, was dazu führen kann, dass der Optimierungsalgorithmus eine „Netzoptimierung“ durchführt, anstatt den Entwurf zu verbessern. Aus diesen Gründen wird als Optimierer der genetische Algorithmus NSGA-II eingesetzt. Im Vergleich zu den gradientenbasierten Verfahren benötigt er zwar wesentlich mehr Funktionsauswertungen, dafür sucht jedoch dieser Algorithmus sehr robust nach dem globalen Optimum, und der Anwender erhält nicht nur einen einzelnen optimalen Kompromiss, sondern verschiedene für die gesuchte Pareto-Front repräsentative nicht dominierte Entwürfe, aus denen ein bevorzugter Entwurf ausgesucht werden kann.

6.5 Ergebnisse und Diskussion

Für die Lösung des Optimierungsproblems (6.16) wird der NSGA-II mit einer Startpopulation von 60 Individuen und 70 Generationen verwendet, was insgesamt 4260 Optimierungsdurchläufe bedeutet. In jedem Optimierungsschritt werden sechs

Profilschnitte aerodynamisch untersucht und anschließend, wenn die aerodynamischen Nebenbedingungen erfüllt sind, eine strukturelle Analyse mit der modifizierten Triebwerksschaufel durchgeführt. Die eingestellten Anström-, Vernetzungs- und weiteren Randbedingungen bleiben dabei konstant. Das Ergebnis ist in Bild 6.6 zu sehen. Darin ist die zu maximierende reduzierte Frequenz $\tilde{\omega}_{IB}$ über dem zu minimierenden gemittelten Verlust ω^M aufgetragen. Die nicht dominierten Lösungen befinden sich auf der linken oberen Seite der Abbildung. Alle diese Lösungen sind in beiden Kriterien besser als ein von Hand ausgelegter Referenzentwurf. Zum Beispiel ist der Entwurf A bzgl. ω^M ca. 0.1%-Punkte besser und bezüglich $\tilde{\omega}_{IB}$ ca. 1.5%-Punkte besser als der mit (\blacktriangledown) gekennzeichnete Referenzentwurf. Im Vergleich zu A ist der Entwurf B bei etwa gleichem gemitteltem Verlust 8.5%-Punkte besser in der reduzierten Frequenz. Entwurf C ist bzgl. Entwurf A nur wenig besser in der reduzierten Frequenz, hat aber einen höheren, und damit schlechteren, gemittelten Verlust.

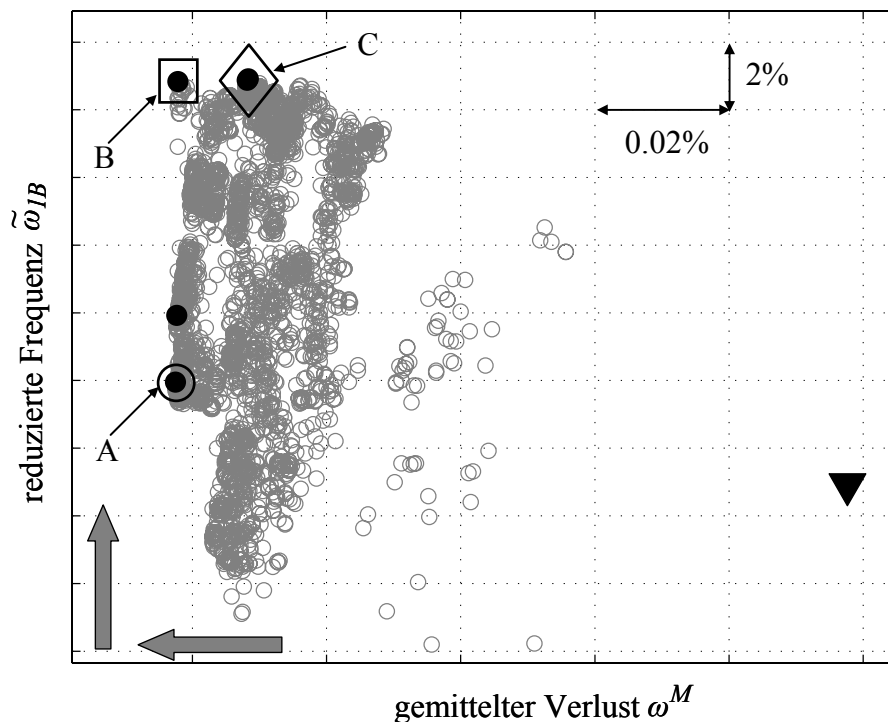


Bild 6.6: Kriterienraum mit nicht dominierten Lösungen (●), dem Ausgangsentwurf (\blacktriangledown) und drei ausgewählten Entwürfen A (○), B (□) und C (◇)

Über 80% der gefundenen Entwürfe sind zulässig, d.h. sie verletzen keine der vorgegebenen Grenzen oder Nebenbedingungen. Bei den nicht zulässigen Entwürfen wird zum größten Teil die Abströmbedingung (6.3) verletzt. Mit dieser Bedingung wird sichergestellt, dass der Profilschnitt mindestens die Umlenkung des Referenzprofilschnittes mit einer Genauigkeit von $1/10^\circ$ einhält. In Bild 6.6 ist keine ausgeprägte Pareto-Front zu erkennen. Ursache dafür ist unter anderem, dass für einen genetischen Algorithmus 4260 Funktionsauswertungen in der Regel zu wenig sind, um zu einer Pareto-Front zu konvergieren. Zusätzlich „reagieren“ die formulierten Optimierungsziele unterschiedlich empfindlich auf Geometrieänderungen. Dies gilt besonders für die Änderung der maximalen Dicke der Profilschnitte. Während die Eigenfrequenzen, und damit die reduzierten Frequenzen, sich bei jeder Änderung mit verändern, kann der gemittelte Verlust quantitativ kaum oder gar nicht beeinflusst werden. Letzteres wird durch die Bildung des Mittelwertes hervorgerufen.

Basierend auf den Ergebnissen von verschiedenen voran gegangenen Optimierungen, Otto und Bestle (2006), wird der Kriterienraum zusätzlich beschränkt, damit Entwürfe, die schlechter als der Referenzentwurf sind, grundsätzlich als unzulässig gelten. Dadurch kann der Optimierer so beeinflusst werden, dass seine Entwürfe im Kriterienraum beschleunigt in Richtung besserer Entwürfe wandern. Bei der Beschränkung muss jedoch beachtet werden, dass dem Optimieralgorithmus genügend Freiheiten gelassen werden, um weiterhin zulässige Lösungen zu finden. Dies ist besonders dann wichtig, wenn die Optimierung mit einer kleinen Mutationsrate durchgeführt wird und dadurch der genetische Algorithmus hauptsächlich aus den vorhandenen Individuen durch Kreuzung neue Nachkommen erzeugt.

In den Bildern Bild 6.7–Bild 6.9 sind die Verteilungen von maximaler Dicke und den Metallwinkeln an Vorder- und Hinterkante in verschiedenen Darstellungen zu sehen. Profilschnitt eins liegt in diesen Bildern direkt an der Rotornabe und Profilschnitt 21 am Gehäuse an.

Man kann anhand der absoluten Verteilungen in Bild 6.7 erkennen, dass bei allen ausgewählten optimalen Entwürfen die maximale Dicke der Profilschnitte oberhalb der mittleren Profilschnitte im Vergleich zum Referenzentwurf verringert ist. Dies führt im Allgemeinen zu einer geringeren Masse der Schaufel und kleineren Flächen der Profilschnitte. Beides wirkt sich günstig auf die Optimierungsziele aus, da

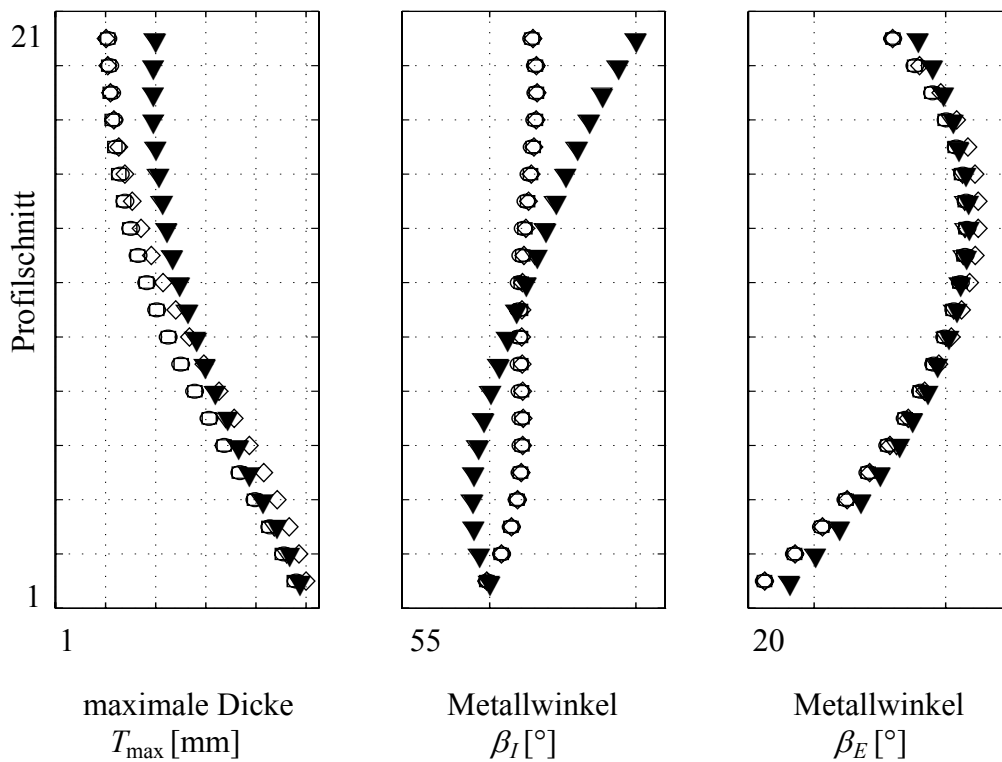


Bild 6.7: Verteilungen von Ausgangsentwurf (▼) und ausgewählten Entwürfen A (○), B (□) und C (◇)

geringere Massen die Eigenfrequenzen erhöhen und schmalere Profilschnitte den Verlust reduzieren. Weiterhin ist zu beobachten, dass der Metallwinkel an der Vorderkante signifikant verändert wurde, während an der Hinterkante der Metallwinkel nur wenig modifiziert ist. Beides, die Änderung der maximalen Dicke und des Metallwinkels an der Vorderkante, führt zu geringeren Verlusten und damit zu einem im Verhältnis zum Referenzentwurf kleineren gemittelten Verlust. Die reduzierte Frequenz hängt im Wesentlichen von der Frequenz der ersten Biegung ab, welche selber direkt von der maximalen Dicke abhängt. Bild 6.8 zeigt die Verläufe der Verteilungen als Differenzen zu den Werten des Referenzentwurfs, da dadurch die Unterschiede der drei Entwürfe A, B und C besser zu erkennen sind. Besonders für Entwurf C kann man sehen, warum der gemittelte Verlust nicht so niedrig ausfällt wie bei den Entwürfen A und B. Ursachen dafür liegen u.a. bei der größeren Dicke in den unteren Profilschnitten.

Mit Hilfe von Bild 6.7 und Bild 6.8 sieht man, dass sich die Entwürfe A und B hinsichtlich der betrachteten radial verteilten Entwurfsparemeter sehr ähneln. Das führt dazu, dass der zugehörige gemittelte Verlust sich kaum voneinander

unterscheidet. Der Unterschied in der reduzierten Frequenz kommt durch die unterschiedlichen Eigenfrequenzen zustande. In Bild 6.9 sind Verteilungswerte der Entwürfe A und B voneinander abgezogen. Es ist erkennbar, dass Unterschiede in der jeweiligen Verteilung der maximalen Dicke auftreten, welche sich auf die Eigenfrequenzen direkt auswirken, wenn alle anderen geometrischen Größen konstant bleiben. Analysen von Klauke et al. (2007), in denen beschauelte Scheiben in Hinblick auf Eigenfrequenzen und Einfluss von Fertigungstoleranzen untersucht werden, bestätigen diese Beobachtung. Trotz der als Entwurfparameter frei gegebenen Radien des variablen Anschlussradius werden diese vom Optimieralgorithmus kaum verändert. Grund dafür ist, dass der Anschlussradius bei der Berechnung des Verlustes keinen und auf die reduzierte Frequenz bzgl. der ersten Biegeeigenfrequenz nur einen geringen Einfluss hat.

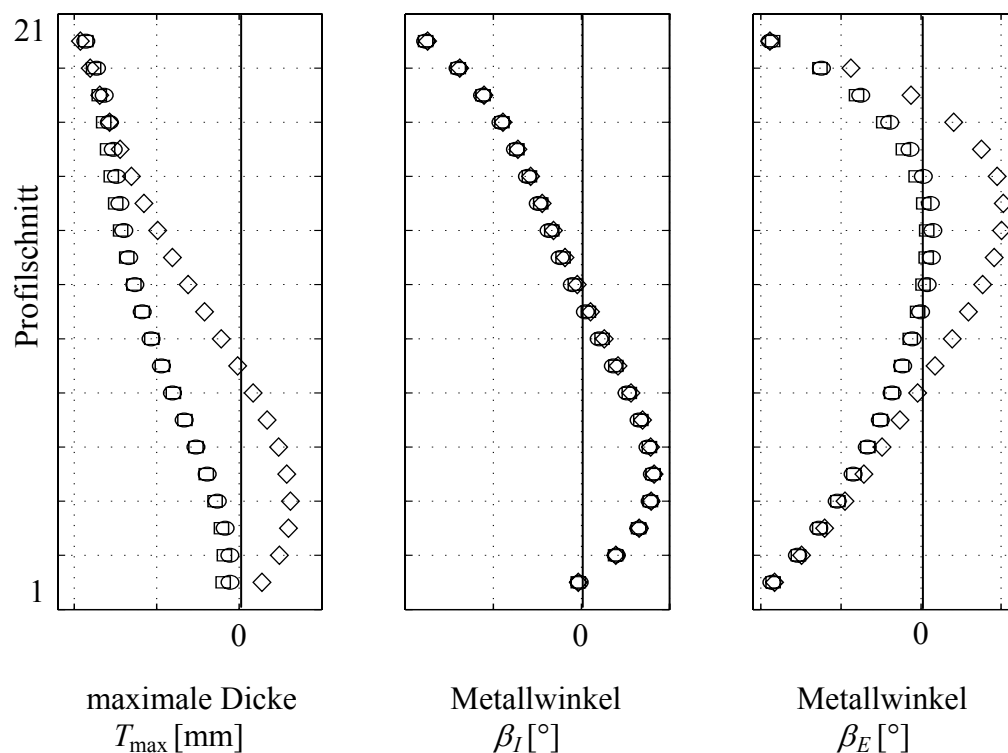


Bild 6.8: Differenzverteilungen der Entwürfe A (\circ), B (\square) und C (\diamond) bezüglich des Referenzentwurfs

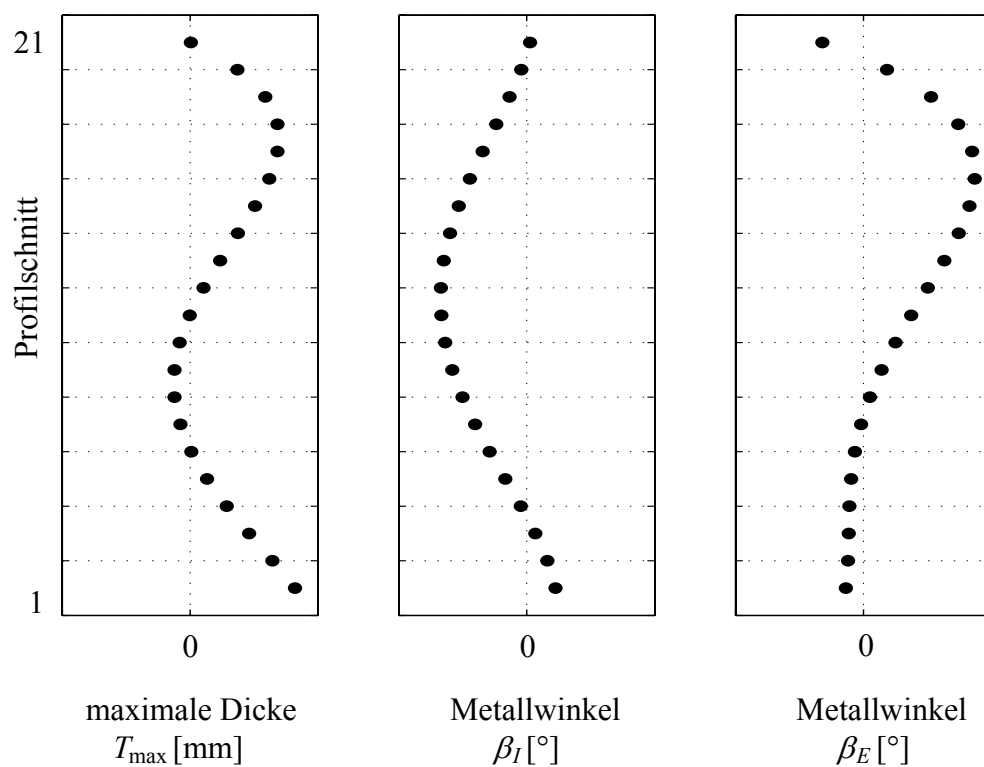


Bild 6.9: Differenzwerte aus den Verteilungen von Entwurf A und Entwurf B

Werden die Schaufeln der Entwürfe A bis C betrachtet, so kann man kaum einen optischen Unterschied erkennen. Daher ist in Bild 6.10 nur die optimierte Schaufel des Entwurfes B neben der Referenzschaufel dargestellt. Augenfällig ist, dass die Schaufelblätter zwar radial glatt sind, das Schaufelblatt des Entwurfs B an der Hinterkante der Schaufelspitze aber einen leichten Knick macht und so ungewöhnlich verdreht ist. Weiterhin hat das Schaufelblatt des optimierten Entwurfs im oberen Bereich eine kleine Wulst. Dies zeigt, dass es nicht ausreichend ist, eine radiale Glätte von radial verteilten diskreten Geometrieparametern der einzelnen Sektionen zu gewährleisten, sondern dass ebenso die Flächengestaltung der Druck- und Saugseite kontrolliert werden muss.

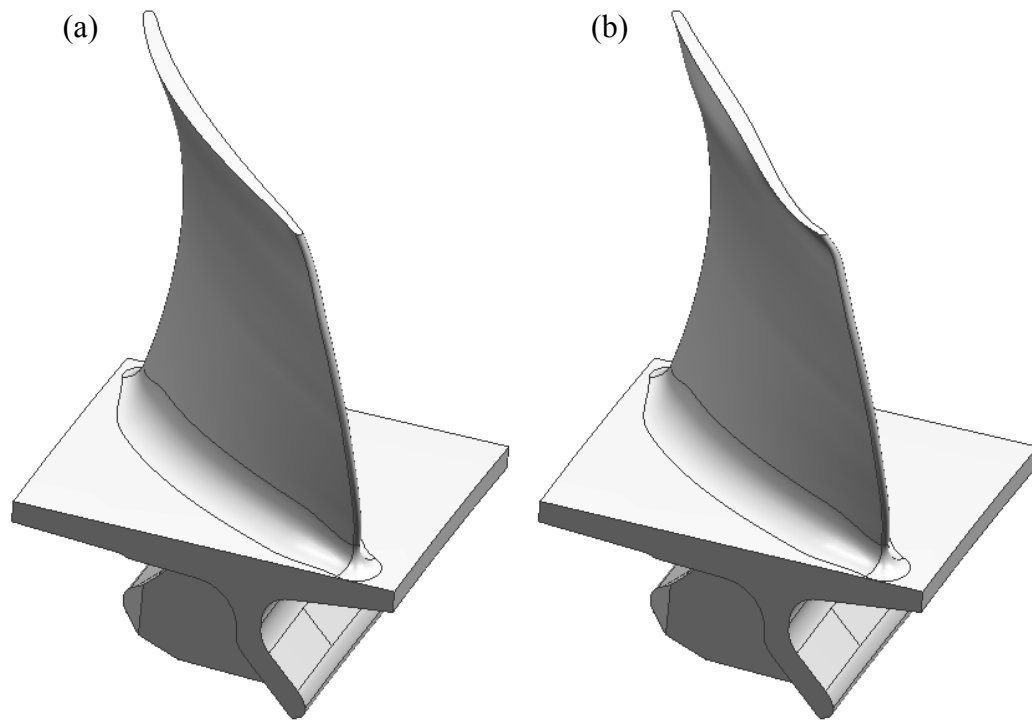


Bild 6.10: Referenzschaufel (a) und optimierter Schaufelentwurf B (b)

7 Zusammenfassung und Ausblick

Ziel der vorliegenden Arbeit ist es, einen existierenden industriellen interdisziplinären Entwurfprozess mit allen darin involvierten Programmen zu automatisieren und anschließend mit Hilfe einer Optimierung Schaufelentwürfe zu finden, die mindestens die betrachteten Kriterien eines von Hand optimierten Referenzentwurfes erfüllen. Hierbei sollen sowohl aerodynamische als auch konstruktive Aspekte näher betrachtet, sowie typische Auslegungskriterien ermittelt werden und zur Anwendung kommen. Auf dem Weg zur Umsetzung dieses Zieles müssen verschiedene Problemlösungen gefunden werden. Zuerst wird der Datentransfer von externen Geometrien aus der aerodynamischen Schaufelauslegung in das CAD-System automatisiert. Dafür wird eine direkte Schnittstelle für das aerodynamische Geometrieprogramm geschaffen, mit deren Hilfe das Schaufelblatt ohne Verlust der dort vorgenommenen Parametrisierung in das CAD-System überführt werden kann. Mit dieser Schnittstelle ist es nun möglich, statt des bisherigen indirekten Datenaustauschs in Form von standardisierten Austauschformaten die Geometriedaten direkt weiterzugeben. Mit der Einbindung eines CFD-Lösers können nicht nur aerodynamische Eigenschaften der Schaufel ermittelt werden, sondern auch die von der Schaufeloberfläche abhängigen Gaslasten. Diese fließen als Belastung in die strukturmechanische Simulation eines jeden neu erzeugten Schaufelentwurfs ein und erhöhen so die Simulationsgenauigkeit. Aufgrund von Problemen beim automatischen Aufbringen der Belastungen und weiteren Randbedingungen, welche auch nicht mit Hilfe des gezielten Benennens von Kanten und Flächen im CAD-Modell behoben werden konnten, wird das bislang verwendete FE-Programm durch ein kommerzielles ersetzt. Mit diesem kann die FE-Analyse durch die bereits implementierte direkte CAD-Schnittstelle vollautomatisch durchgeführt werden, an die sich ein skriptgesteuerter Auswertungsprozess anschließt.

Für die Automatisierung des Auslegungsprozesses kommen verschiedene Skripte und eine kommerzielle Prozessintegrationsumgebung zum Einsatz. Diese kombinierten Maßnahmen zeigen einen deutlichen zeitlichen Erfolg, denn durch die Automatisierung von Prozessabläufen kann der Prozess um mindestens Faktor 10 beschleunigt werden. Besonders die zeitaufwändige manuelle Bearbeitung von benötigten Dateien und Daten innerhalb des Prozesses wird auf ein Minimum

reduziert. Durch Identifizierung und Formalisierung von aerodynamischen und strukturellen Kriterien kann eine interdisziplinäre Optimierung durchgeführt werden.

Der Ansatz der Mehrzieloptimierung bietet die beste Möglichkeit, das formulierte Problem mit mehreren gegensätzlichen Zielen zu lösen. Dabei erweist sich der eingesetzte genetische Algorithmus NSGA-II als sehr robust und gut geeignet. Um die Anzahl der radial verteilten aerodynamischen Parameter zu reduzieren, aber trotzdem flexibel zu bleiben, werden B-Splines als Parametrisierungsansatz für radial verteilte geometrische Größen verwendet. Durch sie kann der Optimierer nur durch Variierung der Steuerpunkte eine Vielzahl verschiedenster, krümmungstetiger Kurvenverläufe und damit Parameterverteilungen erzeugen, und so die Schaufelblattgeometrie verändern. Die aufgezeigte Optimierung wird auf einer 2,8 GHz-Rechenmaschine mit Doppelkernprozessor und 2GB-Arbeitsspeicher durchgeführt. Sie dauert etwa 22 Tage, was einer durchschnittlichen Funktionsauswertungszeit von ca. 7,8 Minuten entspricht (eine komplett durchgeführte Funktionsauswertung benötigt ca. 13 Minuten), und erzeugt insgesamt ca. 80% zulässige Entwürfe. Das Ergebnis der Optimierung sind Schaufelentwürfe, die einen Referenzentwurf hinsichtlich des gemittelten aerodynamischen Verlustes und der Flattersensibilität übertreffen. Das Aussehen dieser Entwürfe entspricht jedoch nicht ganz dem üblichen Aussehen einer Schaufel im Flugzeugtriebwerk. Es ist nahe liegend, dass dem Optimierer noch zu viele Freiheiten gegeben wurden und deshalb die gezeigten Schaufelgeometrien entstehen. Trotzdem ist damit die Machbarkeit des Ansatzes gezeigt, der viel versprechende Vorteile gegenüber dem intuitiven manuellen Vorgehen demonstriert.

Das in dieser Arbeit vorgestellte Vorgehen kann für eine Vielzahl komplexer interdisziplinärer Probleme angewendet werden. Die involvierten Programme können ohne Probleme ausgetauscht und der Prozess einfach erweitert werden. Der nächste vorstellbare Schritt ist die Einbindung von dreidimensionalen CFD-Lösern, um realistischere Aussagen über das aerodynamische Verhalten der Schaufelrandbereiche, wie Schaufelspitze und Nabe, und über Schaufeln im Überschallbereich machen zu können. Damit solche CFD-Systeme eingebunden werden können, muss zuerst das Problem des automatischen Geometrieaustauschs innerhalb solcher Systeme gelöst werden. Weiterhin sollte man versuchen, Parallelisierungen vorzunehmen, da eine dreidimensionale Strömungsanalyse in der Regel mit hohen Rechenzeiten verbunden ist. Würde in dem vorgestellten sequentiell arbeitenden Prozess die CFD-Analyse durchschnittlich 20 Minuten dauern, hätte dies

eine Verdreifachung der Iterationszeit pro Funktionsauswertung zur Folge. Eine Alternative zur Rechenzeitreduzierung des bisherigen Auslegungsprozesses ist die Verwendung von Antwortflächenverfahren im Bereich der strukturellen Analyse. Zusätzlich sollte ein Ansatz entwickelt werden, um radial und axial glatte Schaufelblattoberflächen, auch in den Randbereichen, erzeugen zu können. Denkbar dafür wäre, dass Nebenbedingungen zur Bewertung der Oberflächenglattheit von Druck- und Saugseite des Schaufelblattes formuliert und angewendet werden.

Literatur

- Ahmed, R. (2005): *Auslegung vielstufiger Axialverdichter mit parallelen Evolutionsstrategien und neuronalen Netzen*. Fortschrittsbericht, VDI Reihe 7, Nummer 469. Düsseldorf: VDI.
- Armstrong, E. K. und Stevenson, R. E. (1960): Some Practical Aspects of Compressor Blade Vibration. In: *Journal of the Royal Society*, Vol. 64, No. 591, pp. 117-130.
- Armstrong, E. K. (1967): Recent Blade Vibration Techniques. In: *ASME Journal of Engineering for Power*, Vol. 89, pp. 437-444.
- Bathe, K.-J. (2002): *Finite-Elemente-Methoden*. Berlin: Springer.
- Bestle, D. (1994): *Analyse und Optimierung von Mehrkörpersystemen*. Berlin: Springer.
- Betten, J. (2003): *Finite Elemente für Ingenieure 1*. Berlin: Springer.
- Bisplinghoff, R.; Ashley, H. und Halfmann, R. (1996): *Aeroelasticity*. Mineola: Dover Publications.
- Boyce, M. P. (1999): *Gasturbinen Handbuch*. Berlin: Springer.
- Bräunling, W. (2004): *Flugzeugtriebwerke*. Berlin: Springer.
- Büche, D. (2003): *Multi-Objective Evolutionary Optimization of Gas Turbine Components*. Dissertation, ETH Zürich.
- Burman, J.; Gebart, B. R. und Mårtensson, H. (2000): Development of a Blade Geometry Definition with Implicit Design Variables. In: *38th AIAA Aerospace Sciences Meeting and Exhibit, Reno*.
- Cumpsty, N. A. (2004): *Compressor Aerodynamics*. Malabar: Krieger Publishing Company.
- Deb, K. (2001): *Multi Objective Optimisation Using Evolutionary Algorithms*. Chichester, UK: Wiley.

- De Jong, K. A. (1975): *An Analysis of the Behavior of a Class of Genetic Adaptive Systems*. PhD thesis, University of Michigan, Ann Arbor.
- Dennis, B. H.; Dulikravich, G. S. und Han, Z.-X. (2001): Optimization of Turbomachinery Airfoils with Genetic/Sequential-Quadratic Programming Algorithm, In: *AIAA Journal of Propulsion and Power* Vol. 17, No. 5, pp. 1123-1128.
- Dornberger, R.; Büche, D. und Stoll, P. (2000): Multidisziplinäre Optimierung in Turbomachinery Design, In: *European Congress on Computational Methods in Applied Sciences and Engineering, ECCOMAS*.
- Drela, M. und Youngren, H. (1998): *A User's Guide to MISES 2.53*. Cambridge: MIT Computational Aerospace Sciences Laboratory.
- Dyla, A. (2002): *Modell einer durchgängigen rechnerbasierten Produktentwicklung*. Dissertation, TU München.
- Farin, G. (1994): *Kurven und Flächen im Computer Aided Geometric Design: eine praktische Einführung*. Wiesbaden: Vieweg.
- Fellner, W. D. (1988): *Computergrafik*. Reihe Informatik, Band 58. Mannheim: BI Wissenschaftsverlag.
- Försching, J. (1974): *Grundlagen der Aeroelastik*. Berlin: Springer.
- Gasch, R. und Knothe, K. (1989): *Strukturdynamik – Band 1: Kontinua und ihre Diskretisierung*. Heidelberg: Springer.
- Gerdes, I.; Klawonn, F. und Kruse, R. (2004): *Evolutionäre Algorithmen*. Wiesbaden: Vieweg.
- Goldberg, D. E. (1989): *Genetic Algorithms for Search, Optimization, and Machine Learning*. Reading, Mass.: Addison-Wesley.
- Gräsel, J.; Keskin, A.; Swoboda, M.; Przewozny, H. und Saxer, A. (2004): A Full Parametric Model for Turbomachinery Blade Design and Optimisation. In: *Proceedings of ASME DETC 2004, DETC2004-57467*.
- Groth, P. (2002): *FEM-Anwendungen*. Berlin: Springer.

- Halliwell, D. G. (1975): Fan Supersonic Flutter: Prediction and Test Analysis, In: *Aeronautical Research Council: Reports and Memoranda*, No. 3789, pp. 1-22.
- Holland, J. H. (1975): *Adaption in Natural and Artificial Systems*. Ann Arbor: University of Michigan Press.
- Hoschek, J. und Lasser, D. (1989): *Grundlagen der geometrischen Datenverarbeitung*. Stuttgart: Teubner.
- iSight (2005): *iSight Reference Guide 10.0*. Engenious Software Inc., <http://www.engineous.com>.
- Jischa, M. (1982): *Konvektiver Impuls-, Wärme- und Stoffaustausch*. Braunschweig: Vieweg.
- Johnsen, I. A. and Bullock, R. O. (1965): *Aerodynamic Design of an Axial-Flow Compressor*. NASA SP-36.
- Keskin, A. (2006): *Process Integration and Automated Multi-Objective Optimisation Supporting Aerodynamic Compressor Design*. Dissertation, Brandenburgische TU Cottbus.
- Klauke, T.; Kühhorn, A. und Beirow, B. (2007): Blade Mistuning Induced Blisk Vibration. In: *First CEAS European Air and Space Conference, CEAS-2007-215*.
- Klenner, J.; Becker, K.; Cross, M. und Kroll, N. (2007): Future Simulation Concept. In: *First CEAS European Air and Space Conference, CEAS-2007-105*.
- Kost, B. (2003): *Optimierung mit Evolutionsstrategien*. Frankfurt/M.: Wissenschaftlicher Verlag Harri Deutsch.
- Koza, J. R. (1990): *Genetic Programming: A Paradigm for Genetically Breeding Populations of Computer Programs to Solve Problems*. Technical Report STAN-CS-90-1314, Stanford University Computer Science Department.
- Kühhorn, A. und Silber, G. (2000): *Technische Mechanik für Ingenieure*. Heidelberg: Hüthig.

- Lanczos, C. (1950): An Iteration Method for the Solution of the Eigenvalue Problem of Linear Differential and Integral Operators. In: *Journal of Research of the National Bureau of Standards*, Vol. 45, No. 4, pp. 255-282.
- Merchant, A. und Haimes, R. (2003): A CAD-Based Blade Geometry Model for Turbomachinery Aero Design Systems. In: *Proceedings of ASME Turbo Expo, GT2003-38305*.
- Mikolajczak, A. A.; Arnoldi, R. A.; Snyder, L. E. und Stargardter, H. (1975): Advances in Fan and Compressor Blade Flutter Analysis and Prediction. In: *Journal of Aircraft*, Vol. 12, pp. 325-332.
- modeFRONTIER (2005): *modeFRONTIER 3.2, User Manual*. Esteco Srl., <http://www.esteco.com>.
- Montoya, J. (1966): Gekoppelte Biege- und Torsionsschwingungen einer stark verwundenen rotierenden Schaufel. In: *Brown Boveri Mitteilungen*, Band 53, Nr. 3, 216-231.
- Otto, D. und Bestle, D. (2006): Automation and Optimisation of Compressor Blade Design with Respect to Mechanical Criteria. In: *Deutscher Luft- und Raumfahrtkongress, DGLR Jahrestagung 2006*.
- Rechenberg, I. (1964): Kybernetische Lösungsansteuerung einer experimentellen Forschungsaufgabe. *Jahrestagung der WGLR und DGRR 1964*.
- Rechenberg, I. (1973): *Evolutionstrategie: Optimierung technischer Systeme nach Prinzipien der biologischen Evolution*. Stuttgart: Frommann-Holzboog.
- Rechenberg, I. (1994): *Evolutionstrategie '94*. Stuttgart: Frommann-Holzboog.
- Samareh, J. A. (1999): Status und Future of Geometry Modeling and Grid Generation for Design and Optimization. In: *Journal of Aircraft*, Vol. 36, No. 1, pp. 97-104.
- Schlichting, H. und Gersten, K. (2006): *Grenzschicht-Theorie*. Berlin: Springer.
- Schwefel, H.-P. (1968): Experimentelle Optimierung einer Zweiphasendüse. In: *Bericht Nr. 35 zum Projekt MHD-Staustrahlrohr der AEG (Forschungsinstitut Berlin)*.

- Schwefel, H.-P. (1975): *Evolutionstrategie und numerische Optimierung*. Dissertation, TU Berlin.
- Schwefel, H.-P. (1995): *Evolution and Optimum Seeking*. New York: Wiley.
- Schmitz, M. und Simon, P. (2003): Application of Neuronal Networks for Flutter Prediction of Axial Turbine Blades. In: *5th European Conference on Turbomachinery – Fluid Dynamics and Thermodynamic*.
- Senker, P. (1993): *Stabilitätsanalyse elastischer Rotorsysteme*. Dissertation, Braunschweig: Braunschweiger Schriften der Mechanik.
- Sonoda, T.; Yamaguchi, T.; Arima, M.; Olhofer, M.; Sendhoff, B. und Schreiber, H.-A. (2003): Advanced High Turning Compressor Airfoils for Low Reynolds Number Conditions, Part I: Design and Optimization. In: *Proceedings of ASME Turbo Expo, GT2003-38458*.
- Stojek, M.; Stommel M.; Korte, W. und Michaeli, W. (Hrsg.)(1998): *FEM zur mechanischen Auslegung von Kunststoff- und Elastomerbauteilen*. Düsseldorf: VDI.
- Subel, C. (2001): Untersuchung einer größeren Variantenvielfalt in Konzeptphasen mit Hilfe eines feature-basierten Geometriemodells am Beispiel von Verdichterrotoren. In: *Technikberichte der MTU Aero Engines GmbH*.
- Traupel, W. (1982): *Thermische Turbomaschinen - Zweiter Band: Geänderte Betriebsbedingungen, Regelung, Mechanische Probleme, Temperaturprobleme*. Berlin: Springer.
- Usan, M.; de Weck, O. und Whitney, D. (2005): Exhaust System Manifold Development Enhancement through Multi-Attribute System Design Optimization. In: *1st AIAA Multidisciplinary Design Optimization Specialist Conference*.
- Wu, C.-H. (1952): *A General Theory of Three-dimensional Flow in Subsonic and Supersonic Turbomachines of Axial-, Radial- and Mixed-Flow Types*. NACA TN-2604.

Xiong, Y.; Moscinske, M.; Frontera, M. und Yin, S. (2004): Multidisziplinäre Design Optimization of Full Combustor Structure – An Industry Application. In: *10th AIAA/ISSMO Multidisciplinary Analysis and Optimization Conference*.

Zeid, I. (1991): *CAD/CAM Theory and Practice*. New York: McGraw-Hill.

Danksagung

Die vorliegende Arbeit wurde im Rahmen des ViT-Projektes (Virtuelles Triebwerk, Vertragsnummer: 20T0307B) angefertigt, welches von Rolls-Royce Deutschland Ltd & Co KG und dem deutschen Wirtschaftsministerium im Zuge des Luftfahrtforschungsprogramms (LuFo III) finanziert wurde.

Der größte Dank gilt meinem Betreuer Prof. Dr.-Ing. habil. Dieter Bestle vom Lehrstuhl Technische Mechanik und Fahrzeugdynamik der Brandenburgischen Technischen Universität Cottbus für die intensive Betreuung, seine Geduld und die Gewährung von genügend Freiheiten für selbstständige Arbeit. Zusätzlicher Dank gilt Prof. Dr.-Ing. A. Kühhorn für die Übernahme des Koreferates und dem Vorsitzenden des Prüfungsausschusses Prof. Dr.-Ing. U. Berger.

Weiterhin möchte ich mich bei meinen Kollegen am Lehrstuhl für die vielen Diskussionen und Gedankenaustausche, dies gilt besonders für meine Zimmerkollegen Dr. Akin Keskin und Michél Hinz. Ebenfalls möchte ich mich bei den Mitarbeitern der Verdichterabteilung von Rolls-Royce Deutschland, speziell André Huppertz, für deren Hilfe und Anregungen, sowie bei Andrea Lawonn für das Korrekturlesen der Arbeit bedanken.

Besonders großer Dank gilt meiner Frau Sandra für ihr Verständnis, ihre Geduld und ihre Unterstützung, sowie meiner Familie, Freunden die mich öfters von der Arbeit abgehalten oder neu motiviert haben.

Berlin, 20.09. 2009

Dierk Otto

